කතුවැකිය

තුසිත මලලසේකර

සකල විද්‍යාවන්හී - අග්‍ර රාජණිය

පාසැල නිමා වී ගෙදර පැමිණි පොඩිපුතු තම පාසැල් බෑගය මේසය මතට විසිකළ ආකාරයත්, ඔහුගේ මුහුණේ පෙනුමත් දුටු පියා සැක සිතුවේ තම පුතු හට යම් අකරතැබ්බයක් සිදුව ඇති බවය.

"ඇයි පුතා අද ඉස්කෝලෙදි ළමයෙක් ඔයාට ගැහැව්වද?"

"නෑ නෑ තාත්තෙ මට අපේ ටීචර්ව තේරුම්ගන්න බැහැ. මම නම් ආයිමත් ඉස්කෝලෙ යන්නෙ නැහැ"

"ඇයි මොකද? ටීචර් ඔයාට බැන්නද"

"නැහැ, නැහැ, අපේ ටීචර් ගාව එක වචනයක් නැහැ. ඊයේ කිව්වා හයයි දෙකයි අටයි කියලා. අද කියනවා පහයි තුනයි අටයි කියලා. මට නම් මහ විකාරයි."

පිය පුතු අතර සංවාදය ඉදිරියට ඇදුනේ කෙසේද යන්න ගැන කිව නොහැකි වුවත් පාසල් යන බොහෝ දරුවන් ගණිතය දකින්නේ අසීරු විෂයයක් ලෙසය. එහෙත් අධ්‍යාපනයේදී 'ගණිතය' සමත් වීම අතිශයින්ම වැදගත් වන්නේ අනෙක් විෂයයන් සියල්ලම සමත්වී ගණිතය අසමත් වුවහොත් අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර විභාගය සමත් වූ බව පිළිනොගන්නා තරමට එය වැදගත් විෂයයක් වන හෙයිනි.

කතා කිරීමට සමත්වූ විගසම කුඩා ළමයෙකු තම ඇඟිලි භාවිතා කරමින් ගණන් කරන ආකාරය දැකිය හැකිය. දෙමව්පියන් හට තම ළමයාගේ මෙම දක්ෂතාවය ඔහුගේ හෝ ඇයගේ හෝ වර්ධනයේ ඉමහත් ජයග්‍රහණයකි. එහෙත් පාසලට ගිය අලුතම ගුරුවරයාගෙන් ලැබෙන එක් මුල් අවවාදයක් වනුයේ ගණන් කිරීමට ඇඟිලි භාවිතා කිරීමෙන් වළකින ලෙසය. දෙමව්පියන්ට ජයග්‍රහණයක් වුවත් ගුරුවරුන්ට ඇඟිලි ගැනීම ප්‍රාථමික නොදියුණු කාර්යයකි. ගණිතඥයින්ගේ අදහස නම් මේ දෙපිරිසම, දෙමව්පියන් හා ගුරුවරු, නිවැරදි බවය.

කෙසේවෙතත් ඇඟිලි හෝ වෙනත් යමක් යොදාගනිමින් ගණන් කිරීම මානවයාගේ ඉතිහාසයේ දැවැන්ත බුද්ධිමය විජයග්‍රහණයක් ලෙස සැලකෙයි. එනමුත් වසර සිය දහස් ගණනකට පෙර මිනිසා ලද විජයග්‍රහණයක් වීම නිසාම එම හැකියාව 'ප්‍රාථමික' ලෙස සැලකීම වරදක් නොවේ.

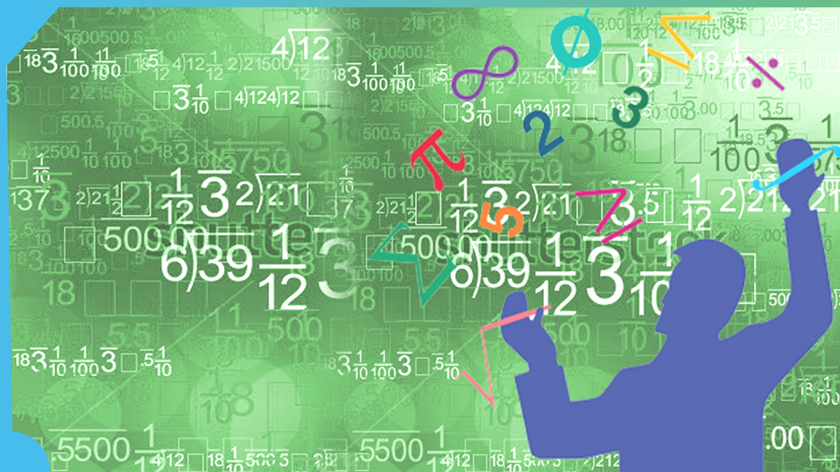
මෙවර විදුරාව සඟරාව සංඛ්‍යා හෝ ගණන් කිරීම හෝ පිළිබඳව පමණක් නොව සමස්ත වශයෙන් 'ගණිතය' තේමාකරගෙන සකස් කරනුයේ වර්තමාන සමාජයීය අවශ්‍යතා සපුරාලීම සඳහා ගණිතය සතු හැකියාව පාදක කරගෙනය.

කතුවැකියෙහි තේමා පාඨය ලෙස "සකල විද්‍යාවන්හී අග්‍ර රාජණිය" ලෙස ගණිතය සඳහන් කරනු ලැබුයේ සියලු විෂයයන් හැදෑරීමේදී මෙන්ම ජීවන වෘත්තීන් හැමකටම පාහේ ගණිතය සම්බන්ධ වන නිසාමය.

සමහර දෙනෙකු විශේෂයෙන්ම පාසැල් ශිෂ්‍යයන් අසීරු විෂයයන් ගොන්නට ගණිතය ඇතුළත් කළද ගණිතඥයින් සහ ගණිත ගුරුවරුන් නම් ගණිතය සලකනුයේ, ඉතාමත් ආශ්වාදජනක සහ විනෝදාස්වාදය ලබාදෙන එදිනෙදා ජීවිතයට මහත් ප්‍රයෝජනයක් ප්‍රායෝගිකව හිමිකරන සුන්දර විෂයයක් ලෙසය. ගණිතය හදාරන පාසැල් ශිෂ්‍ය ශිෂ්‍යයාවන්ට ගණිත රසය භුක්තිවිදීමට අවස්ථාව සලසාදෙමින් රුසියන් ජාතික වයි.පෙරෙල්මාන්ගේ 'ගණිත විනෝදය' කෘතියෙන් උපුටාගත් කොටස් කිහිපයක්ද මෙවර විදුරාව සඟරාවට ඇතුළත් කිරීමට පියවර ගනු ලැබිණ.

ගණිතය : එදිනෙදා ජීවිතයේ ගැටළු විසඳීමට

බී.ඩී.චිත්තානන්ද බියන්විල



මානව ශිෂ්ඨාචාරයත් සංස්කෘතියත් ගොඩනැගී ඇත්තේ අනාදිමත් කාලයක සිට මානවයා හට මුහුණදීමට සිදු වූ ගැටලු විසඳා ගැනීම පිණිස දරන ලද ප්‍රයත්නයන්හී ප්‍රතිඵල සමුච්චිතයක් වශයෙනි. තනි තනිව හෝ කණ්ඩායම් වශයෙන් හෝ මානවයින් මුහුණ දුන් ගැටලු ඒ ඒ අවධියේ ඔවුන් සතුවූ ඥානය, බුද්ධිය, අත්දැකීම්, ක්‍රමෝපාය හා මෙවලම් භාවිතයෙන් විසඳා ගැනීමට උත්සාහ ගැනීමේ දී නව ක්‍රමෝපායයන් උරගා බලන්නට, සාර්ථකත්වය අත්විඳින්නට, ඊට පසුබිම් වූ සිද්ධාන්ත හඳුනාගන්නට, සම්මතයන් ඇතිකරගන්නට මෙන්ම නව දැනුම් ක්ෂේත්‍ර නිර්මාණය කරන්නට ඔවුනට හැකියාව ලැබුණි. මානවයා සතුවූ මෙම නිසඟ කුසලතාව නිසා භාෂාව, ආගම, විද්‍යාව, ගණිතය හා කලාව යනාදී ක්ෂේත්‍ර ගණනාවකින් පෝෂිත මානව ශිෂ්ටාචාරයකට අද අපි උරුමකම් කියන්නෙමු.

ගැටලුවේ ස්වරූපය අනුව ඊට විසඳුමක් සොයා ගැනුණු අතර එම විසඳුමට අදාළ ක්ෂේත්‍රයේ වර්ධනය පිණිස විසඳන ලද ගැටලුවට සමාන ආකාරයේ තව තවත් ගැටලු විසඳීමත් එම ගැටලුවේ ස්වරූපයට සම්බන්ධතාවයක් දක්වන ස්වරූපයේ නව ගැටලු විසඳීමත් ඉවහල් විය. මේ ආකාරයට සන්නිවේදන ගැටලු විසඳාගැනීමට භාෂා ක්ෂේත්‍රය ද, පිහිට, ආරක්ෂාව හා විමුක්තිය සොයා ගැනීමේ ගැටලුව විසඳා ගැනීමට ආගමික ක්ෂේත්‍රයද, විද්‍යාමාන ලෝකයේ විද්‍යාමාන නොවූ හේතු හඳුනාගැනීමේ ගැටලුව විසඳාගැනීමට විද්‍යා ක්ෂේත්‍රයද, ප්‍රමාණිකත්වය, හැඩය හා අවකාශය පිළිබඳ ගැටලු විසඳා ගැනීමට ගණිත ක්ෂේත්‍රය ද යනාදී වශයෙන් යුග ගණනාවක් ඔස්සේ විවිධ ක්ෂේත්‍ර ගණනාවක් සංවර්ධනය වී ඇත. නමුත් අප ඉදිරියේ ඇති ගැටලු විසඳාගැනීමෙහිලා, එම ඥාන සම්භාරය කොතරම් දුරට කුමන ආකාරයෙන් අප විසින් පරිශීලනය කර පරිහරණය කරනු ලැබේ ද යන්න විමසා බැලිය යුත්තකි. එහිදී වියුක්ත විෂයයක් වන ගණිත ක්ෂේත්‍රය එදිනෙදා ගැටලු විසඳීම සඳහා ප්‍රමාණවත්ව හා ඵලදායීව යොදා ගැනේ ද යන්න විමසා බැලීම වඩා වැදගත් වේ.

''ගණිතය : එදිනෙදා ජීවිතයේ ගැටළු විසඳීමට'' නම් මෙම ලිපිය කියවීම පිණිස ඔබ මිතුරකුට විදුරාව සඟරාවක් යොමු කළ විට ලිපිය ඇත්තේ කොතැනක ද යන ගැටලුව ඇති විය හැකිය. මෙය විසඳා ගැනීම පිණිස ගණිත අංකනය විසින් නිර්මාණය කර දුන් "පිටු අංකය" ඔහුට උපකාරී වේ. පෙරළනු ලැබූ පිටුවෙන් ඉදිරියට යා යුතු ද ආපසු යා යුතු ද යන්න නිර්ණය කිරීම පිණිස අංක අනුපිළිවෙල පිළිබඳ ගණිතමය වැටහීම උපකාරී වේ. පොතෙන් පිටපත් 5000 ක් මුද්‍රණය කිරීමට අපේක්ෂිත වුව ද දැනට මුද්‍රණය කර ඇත්තේ පිටපත් 3000 ක් පමණක් නම් තවත් පිටපත් 2000 ක් මුද්‍රණය කළ යුතුව ඇති බව අප වටහා ගන්නේ ප්‍රමාණිකත්වය සංඛ්‍යා මඟින් දැක්වීමටත් එම සංඛ්‍යා මත අවශ්‍ය විටදී ගණිත කර්ම සිදුකිරීමටත් ගණිතය මඟින් මේ වන විට සරල ක්‍රමවේදයක් හඳුන්වා දී ඇති බැවින් හා එය නොපැකිළව භාවිත කර ගැටලුවලට විසඳුම් ලබා ගැනීමටත් අප හුරු පුරුදුව සිටින බැවිනි.

නමුත් ගණිතය පමණක් හුදකලාව අර්ථවත් විසඳුම් ලබා නොදෙන අවස්ථා තිබේ. වැඩි ස්කන්ධයකින් යුක්තවන්නේ සීනි කිලෝ ග්‍රෑම් 5 ද නැතිනම් සීනි ග්‍රෑම් 10 ද යන ගැටලුවට විසඳුම් සෙවීමේ දී භෞතික විද්‍යාවේ රාශි, මාන හා ඒකක පිළිබඳ සංකල්ප ද සංඛ්‍යා ආශ්‍රිත ගණිත සංකල්ප හා අනුබද්ධ කිරීමට සිදුවේ. එසේ නොමැතිව සංඛ්‍යාත්මක අගයන් දෙක එකිනෙක සැසඳීමෙන් නිවැරදි විසඳුම නොලැබේ. මෙම ඉතා සරල උදාහරණය මඟින් පැහැදිලි කරනුයේ නිවැරදි විසඳුම ලබා ගැනීමට නම් ගණිත සංකල්ප නිවැරදිව හා අවශ්‍ය පරිදි අදාළ අනෙකුත් විද්‍යාත්මක හෝ සමාජීය හෝ සංකල්ප සමඟ සුසංගතව භාවිත කළ යුතු බවයි. එබැවින් ගණිතයේ සරලතම අවස්ථාව වන ප්‍රමාණිකත්වය දක්වන සංඛ්‍යා භාවිතයේදී මෙන්ම ලේබල ලෙස භාවිතා කරන අංක භාවිතයේදී පවා නිවැරදි විසඳුම කරා එළඹීම පිණිස ඒ හා සබැඳි සම්මත, ප්‍රමිති හා

අර්ථකථන පිළිබඳව දැනුවත් ව සිටිය යුතු වේ. දරුවකුගේ උණ පරීක්ෂා කිරීමේ දී පාඨාංකය ෆැරන්හයිට් 101.50 යැයි ලැබුණි නම් එය ගැටලු සහගත ඉහළ අගයක් බව අවබෝධ වන්නේ සාමාන්‍ය ශරීර උෂ්ණත්වය ෆැරන්හයිට් 98.40 යන නිරෝගී බවට අනුරූප උෂ්ණත්ව මට්ටම පිළිබඳ ඇති දැනුවත් භාවය අනුවය. සෞඛ්‍ය තත්වය පරීක්ෂා කිරීම පිණිස ලබාගන්නා වෛද්‍ය වාර්තාවල සඳහන් අගය මඟින් යම්කිසි ද්‍රව්‍ය ප්‍රමාණයක් දැක්වෙන්නේ ද, ශීඝ්‍රතාවක් දැක්වෙන්නේ ද, සාන්ද්‍රණයක් දැක්වෙන්නේ ද යනාදී වශයෙන් විශ්ලේෂණය කර ගනිමින්, සෞඛ්‍ය සම්පන්න පුද්ගලයකුගේ වයස හෝ බර හෝ අනුව නිරෝගී බවේ ප්‍රමිතියට අදාළ පරාසය තුළ එම අගය තිබේදැයි යන්න විමසීමෙනි. සාමාන්‍ය ජීවිතයේ දී සරල ගණිත දැනුම භාවිතයෙන් විග්‍රහ කර ගැනීමට සමත් නම් එය සෞඛ්‍ය ගැටලු අවම කර ගැනීමෙහිලා මහත් ප්‍රයෝජනයක් බව ඉතා පැහැදිලි කරුණකි.

සාමාන්‍ය භාවිතයේ ඇති උණ කටුවක්

ගණිතමය අනාවරණ සහිත විසඳුම්

සෞඛ්‍යයට අහිතකර ස්ථූල භාවයෙන් මිදීම සඳහා ආහාර පාලනය හා ව්‍යායාම් කිරීමේ උද්‍යෝගයක් ප්‍රකටව දක්නට ඇත. තමා අනුභව කරන ආහාරවල අඩංගු කැලරි ප්‍රමාණයත් ව්‍යායාම මගින් ක්ෂය කරගත යුතු කැලරි ප්‍රමාණයත් ගණනය කරගත හැකිනම් වෛද්‍ය උපදෙස් සඳහා දීර්ඝ කාලීනව වියදම් නොකර ඉක්මනින් සිහින් සිරුරක් හිමිකර ගත හැකිවනු ඇත. පැය ගණනක් ව්‍යායාම කර දවාගත් කැලරි ප්‍රමාණයට වඩා වැඩි කැලරි ප්‍රමාණයක් ව්‍යායාමයෙන් පසුව කෙටි ආහාර රසකර අනුභව කරමින් ලබා ගැනීමට තරම් අනුවණ වන්නේ ඊට අදාළ සාමාන්‍ය දැනීම හා සබැඳි ගණිත දැනුම නොමැති විමෙනි. තම පෙට්‍රල් වාහනය සඳහා යොදනු ලබන්නේ ඔක්ටේන් 92 ද නැතිනම් 95 ද යන්න තීරණය කිරීමේ දී එම අංකය හා ඉන්ධන සංයුතිය අතර සම්බන්ධය පිළිබඳ දැනුම ඔබ සතු වේ නම් වර්ගීකරණය පිළිබඳවත් හදිසි අවස්ථාවක ඉන්ධන වර්ගය මාරු කිරීමට සිදුවුවහොත් කෙබඳු බලපෑමක් ඇතිවේ ද යන්න පිළිබඳවත්, වටහා ගැනීම පහසුවනු ඇත. අනුපාත හා සබැඳි ගණිත අංකන පිළිබඳ මෙම දැනුම තම අවශ්‍යතා අනුව ස්වර්ණාභරණ සාදා ගැනීමේ දී පවා ඔබට ප්‍රයෝජනවත් වනු ඇත. කැරට් 24, 22 හා 18 යනාදී වශයෙන් රත්‍රන් වර්ගකර ඇත්තේ එහි අඩංගු රත්‍රන්, රිදී හා තඹ යන ලෝහවල අනුපාත අනුව බව ඔබට යම් වැටහීමක් ඇත්නම් එය වාසි සහගත වනු ඇත. නම්‍යශීලීතාව තඹ අනුපාතය වැඩිකර ගැනීමෙන් ද දීප්තිය රිදී අනුපාතය වැඩිකර ගැනීමෙන්ද ලබා ගත හැකිය යන භෞතික හා රසායනික විද්‍යාත්මක දැනුම සමඟ අනුපාත පිළිබඳ ගණිත දැනුම ද තිබේ නම් මිලට හා අවශ්‍යතාවට සරිලන ආකාරයට ස්වර්ණාභාරණ නිර්මාණය කර ගැනීම පිණිස රන්කරුවාට අවශ්‍ය පරිදි උපදෙස් දිය හැකිවනු ඇත. ජ්‍යාමිතිය පසුබිම් කර ගත් ගණිත ව්‍යවහාර තුළ පවා ප්‍රයෝජනවත් අර්ථ ඇත. පසුගිය වෙසක් සමයේ "අටපට්ටම" නැමැති වෙසක් පහන් කුඩුව නිර්මාණය කළේ යයි සිතන්න. එහි පට්ටම් අට මොනවාදැයි ඔබට කිව හැකි ද? සමාන්‍යයෙන් සමචතුරස්‍ර පට්ටම් 6 ක් උපයෝගී කර ගනිමින් අටපට්ටම නිර්මාණය කළ ද එය ශක්තිමත් නොවේ. අටපට්ටම සෑදිය යුත්තේ ත්‍රිකෝණාකාර පට්ටම් 8 ක් පළමුව සාදා අවශ්‍ය පරිදි සම්බන්ධකර ගැනීමෙනි. ත්‍රිකෝණාකාර පට්ටම සමචතුරස්‍ර පට්ටමට වඩා ස්ථාවර බවින් යුතුව නොසෙල්වෙන පරිදි සැකසිය හැකිය. එබැවින් ගණිත වචනාර්ථ තුළ පවා අන්තර්ගතව ඇති පණිවිඩ නිවැරදිව වටහාගත් විට අටපට්ටම සෙලවීමේ ගැටලුවට පවා විසඳුමක් සොයාගත හැකිය.

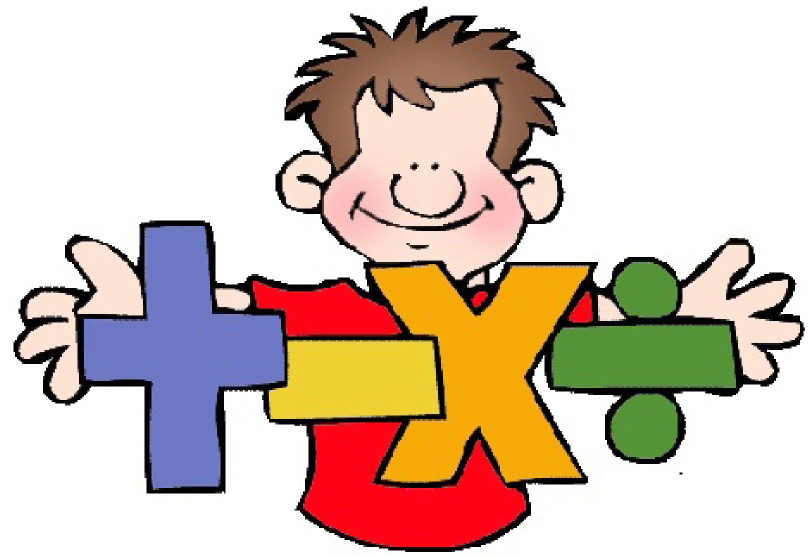
වියුක්ත ගණිතය හා එදිනෙදා ලෝකය

ගණිතයේ මුල් ගල් වන සරල අංක ගණිතය හා යුක්ලිඩියානු ජ්‍යාමිතියේ සිට ප්‍රභේද ගණනාවකින් යුත් නූතන උසස් ගණිතය දක්වා ගණිත විෂය ක්ෂේත්‍රය පුළුල් ලෙස සංවර්ධනය වීමේ දි ගණිතඥයන් විසින් කරන ලද සොයා ගැනීම් හා ලබාගත් විසඳුම් සාමාන්‍ය ජීවිතයේ ගැටලු විසඳීම සඳහා අවශ්‍යවන මට්ටමට වඩා බරපතළ වූ වියුක්ත දැනුම් සම්භාරයකට අයත් වේ යැයි සිතීමට ඉඩ ඇත. එදිනෙදා ජීවිතයේ ගැටලු හා ගණිත ගැටලු එකිනෙක වෙනස් ලෙස දකිනු ලැබේ නම් එය අහේතුක නොවේ. එදිනෙදා ජීවිතයේ ප්‍රායෝගිකව අත්විඳින ඉන්ද්‍රිය ගෝචර ලෝකයත්, පැනවීම්

(ප්‍රඥප්ති) හා වියුක්ත සංකල්ප මත පදනම්ව නිර්මාණය වන ගණිත ලෝකයත් පැහැදිලිව සංකල්පීය වශයෙන් එකිනෙකට වෙනස් වේ. ඒ, මෙම ලෝක දෙක තුළ දී යම් කිසිවක් අපට වැදගත් වන්නේ හෝ අප විසින් හඳුනාගනු ලබන්නේ හෝ එකම ආකාරයට නොවන බැවිනි. නමුත් එදිනෙදා ජීවිතයේ ගැටලු සඳහා විසඳුම් සෙවීම හා ගණිත ගැටලු සඳහා විසඳුම් සෙවීම ගැළපිය නොහැකි ක්‍රියාවලි ලෙස හැඟේ නම් එය ලඟම ඇති විසඳුම් මාර්ගය මග හැරී යාමට හේතුවක් විය හැකිය.

එදිනෙදා ලෝකයේ දී $\sqrt{-1}$ යන්න හඳුනාගන්නේ නොපවතින, තේරුමක් නොමැති දෙයක් ලෙසිනි. ගණිත ලෝකයේ දී $\sqrt{-1}$ යන්න i ලෙස ගෙන එය පවතින්නක් ලෙස හැඳින්වේ. එය අතාත්වික සංඛ්‍යාවක් ලෙස අර්ථවත් කෙරේ. අතාත්වික වුව ද එය ගණිත ලෝකයේ වැදගත් සංඛ්‍යාවකි. මෙලෙස ගණිත ලෝකයෙහි ලක්ෂ්‍යය, සරල රේඛාව වැනි ජ්‍යාමිතික අංග ද පවතී. ඒවාට ආවේණික ලක්ෂණ පදනම් කර ගනිමින් පනවා ගන්නා ලද ලක්ෂ්‍යය, සරල රේඛාව ගණිත ලෝකය තුළ පැවැතිය ද එදිනෙදා ලෝකය තුළ නොපවතී. "විශාලත්වයක් නොමැත" යන ලක්ෂණයෙන් යුත් ලක්ෂ්‍යය හෝ "ඝනකමක් නොමැත" යන ලක්ෂණයෙන් යුත් සරල රේඛාව හෝ සාමාන්‍ය ඉන්ද්‍රිය ගෝචර ලොවට අයත් දේ නොවේ.

ගණිතයෙහි ඇති මෙම ඉන්ද්‍රිය ගෝචර නොවන පැනවීම් (ප්‍රඥප්ති) හා එහි ඇති වියුක්ත ස්වභාවයම එය විශ්ව භාෂාවක් ලෙස සැලකිමට සුදුසුකම් ලබයි. විශ්වයේ බුද්ධිමත් සත්වයන් විසින් ග්‍රහණය කර ගනු ලැබිය හැකි ගුණාංග වන ප්‍රමාණිකත්වය, හැඩය හා අවකාශය සම්බන්ධ ස්වාභාවික නීති මත පදනම්ව වියුක්ත සංකල්ප ඔස්සේ ගණිතය නිර්මාණය වීම නිසා වෙනස් ඉන්ද්‍රිය පද්ධතියක් සහිත පිට සක්වල ජීවීන් සමඟ වුවද සන්නිවේදනයේ යෙදීමේ ගැටලුවට විසඳුමක් ලෙස ගණිත භාෂාව යොදා ගත හැකි බව රේඩියෝ තාරාකා විද්‍යාඥයින්ගේ විශ්වාසයයි. බටහිර වර්ජිනියාවේ ග්‍රීන් බැන්ක්හි ජාතික රේඩියෝ නිරීක්ෂණාගාරයේ රේඩියෝ තාරකා විද්‍යාඥයින් Tau Ceti හා Epsilon Eridani නම් තාරකා දෙක වෙත දැවැන්ත පීරිසි ඇන්ටනා දෙකක් එල්ල කර වසර ගණනාවක සිට බලා සිටින්නේ මෙවැනි ගණිත භාෂාව පදනම් කරගත් විද්‍යුත් චුම්භක තරංග පණිවුඩයක් ලබා ගැනීමට ය.



ගණිත භාෂා නිපුණතාව ඇසුරින් ගැටලු විසඳීම

සාමාන්‍ය ජීවිතයේ ගැටලු සඳහා මෙම ගණිත භාෂාව සාර්ථකව යොදා ගැනීමට නම් පළමුව මෙම ගණිත භාෂාවේ වාග්මාලාව හා ව්‍යාකරණය දැනගත යුතුවේ. මෙහි ව්‍යාකරණය නම් වෙන කිසිවකුත් නොව ගණිතමය තර්කනය සහ ගණිත නීති පද්ධතිය වේ. වාග්මාලාව නම් ගණිත සංකේත පද්ධතිය වේ. සංඛ්‍යා සඳහා ඉලක්කම්වලින් සැදුම්ලත් සංඛ්‍යාංක ද නොදන්නා සංඛ්‍යා සඳහා විජීය පද නම් වූ අක්ෂර ද එකතුකිරීම, අඩුකිරීම, ගුණකිරීම හා බෙදීම යන ගණිත කර්ම සඳහා +, -, x, ÷ යනාදී සංකේත ද සමාන අසමානතා සඳහා =, ≠, <, > යනාදී සංකේත ද ඡේදනය හා මේලය සඳහා ∈, ∩, ∪ යන සංකේත ද වර්ගමූලයට $\sqrt{\ }$ හා අනන්තයට ∞ යන සංකේත ද ගණිත සමානතා සඳහා සමීකරණ ද වෘත්තයක පරිධිය හා අරය අතර අනුපාතය සඳහා π ද උසස් ගණිතයේ දී ∑ හා ∂ වැනි සංකේත ද යනාදී වශයෙන් මෙම වාග්මාලාව ගණිත සංකේත සීමිත සංඛ්‍යාවකින් යුක්ත වේ. මෙම ගණිත ව්‍යාකරණය හා වාග්මාලාව මත ගොඩනැගුණු ගණිත භාෂාව හැසිරවීමට ඔබට ඇති කුසලතාව තරමට එදිනෙදා ජීවිතය හා සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීම පිණිස ගණිත විසඳුම් යොදා ගැනීමේ ඔබගේ හැකියාව ඉහළ යනු ඇත.

ගණිත පර්යේෂණවල අතුරුඵලයක් ලෙස සංවර්ධනය වූ බුද්ධිමය ශිල්ප ක්‍රම හා භෞතික න්‍යායයන් නොමැතිව අප මෙවන් ශිෂ්ටාචාරයකට උරුමකම් නොකියනු ඇත. එබැවින් අතු ශාඛා ගණනාවක් ඔස්සේ වර්ධනය වී ඇති වත්මන් ගණිත ක්ෂේත්‍රය ගණිතඥයින්ට පමණක් ගෝචර වන වියුක්ත විෂයක් ලෙස සමාන්‍ය ජීවිතයේ ගැටලුවලින් දුරස් කර තැබීමෙන් බැහැර වීම යුක්ති යුක්ත වන අතර මතු සඳහන් පරිදි සෘජු හෝ වක්‍ර විසඳුම් ලබා ගැනීමට හැකි අවකාශ පිළිබඳව අවධානය යොමු කිරීම වඩා නුවණැති ක්‍රියාව වනු ඇත. ගණිත ක්ෂේත්‍රය යටතේ විසඳුම් ලබා දිය හැකි එදිනෙදා ගැටලු විසඳීම සඳහා පාසල් ද්විතියික විෂය මාලාවේ ගණිත විෂයයට අදාළ නිපුණතා අත්පත් කරගෙන තිබීම පමණක් වුව ප්‍රමාණවත් වේ.

නන්විධ ගණිතමය විසඳුම්හි උපයෝගීතාව

ඔබගේ අවශ්‍යතා අනුව මුළුතැන්ගෙය, නිදන කාමර, විසිත්ත කාමර, නාන කාමර, ආලින්ද යනාදියෙන් සමන්විත නිවහනක සැලසුම සකස් කරදෙන ගෘහ නිර්මාණ ශිල්පියා ඔහුගේ එදිනෙදා වෘත්තීමය ජීවිතයේ ගැටලු සඳහා විසඳුම් ලබා ගන්නේ අංක ගණිතය හා ජ්‍යාමිතියේ පිහිටෙනි. ඔහුට මෙන්ම එම සැලසුමට අනුව නිවාසයේ ඉදිකිරීම් කටයුතුවල නියැලෙන පෙදරේරු හා වඩු කාර්මික ශිල්පීන්ට ද අතීත ඊජිප්තු ගණිතඥයින් හඳුන්වාදුන් තල ජ්‍යාමිතික මිනුම් ක්‍රම නිරන්තරයෙන් යොදා ගැනීමට සිදුවේ. ඔබද මීට අදාළ ගණිත ව්‍යවහාර ගැන දැනුවත් වන තරමට ඔබගේ ගෘහ නිර්මාණ සැලසුම් ශිල්පියා සමඟ කෙරෙන සංවාද වඩා අර්ථවත් ඵලදායී එකක් වනු ඇත. ඔබට වැය කළ හැකි කාලය හා ධනය අනුව ඔබගේ අවශ්‍යතාවට සරිලන නිවස නිර්මාණය කිරීමේ ගැටලුවට වඩාම සාර්ථක විසඳුම සොයාගෙන තෘප්තිමත් විය හැකි වන්නේ ඔබගේ වාස්තු විද්‍යාඥයා සමඟ ගණිතමය සංවාදයක යෙදෙන්නට ඔබට ඇති හැකියාව මත වේ. පෙදරේරු ශිල්පියා හෝ වඩු කාර්මික ශිල්පියා සමඟ කටයුතු කිරීමේ දී ද අමුද්‍රව්‍ය අවශ්‍යතා සැපිරීමේ දී පවා කාලය හා ධනය පිරිමැසිය හැකි වන්නේ ඊට අදාළ සම්පත් තක්සේරුකරණයේ ගණිතමය දැනුම ඔබ විසින් ද තරමක් දුරට හෝ භාවිත කිරීමට පසුබට නොවන්නේ නම් පමණි.

අපට උරුම වන ජීවන රටාව තීරණය කෙරෙන රාජ්‍ය යාන්ත්‍රණය මඟින් ක්‍රියාත්මක වන දැවැන්ත ව්‍යාපෘති වැඩසටහන් සැලසුම් කිරීමේ දී භෞතික, මූල්‍ය හා මානව සම්පත් ගණනය කරනු ලබන සැලසුම් හා තක්සේරු නිලධාරීන් හට ගණිතමය ක්‍රියාකාරකම් රැසක් හරහා විසඳුම් ලබාගැනීමට සිදුවනු ඇත. එම දැවැන්ත ව්‍යාපෘති මඟින් සැලසෙන සමාජීය ප්‍රතිලාභ වඩා අර්ථවත් ලෙස පරිභෝජනය කළ හැකි වන්නේ ගණිතමය වශයෙන් පිරිවැය හා ප්‍රතිලාභ තක්සේරු කිරීම පිණිස අදාළ ගණිත කර්ම සිදු කිරීමේ හුරුව හා පළපුරුද්ද මඟින් ලබන කුසලතාව අනුවය. ගමන් කිරීමට අධිවේගී මාර්ගය තර්කානුකූලව තෝරා ගැනීමේ දී කාලය, ඉන්ධන හා ගාස්තු ආදී සාධක සංසන්දනය කිරීම ද ගණිතමයව ගැටලුවකට විසඳුම් සෙවීමක් වේ. රටක ප්‍රගතිය සඳහා

පෙදරේරු ශිල්පියා හෝ වඩු කාර්මික ශිල්පියා සමඟ කටයුතු කිරීමේ දී ද අමුද්‍රව්‍ය අවශ්‍යතා සැපිරීමේ දී පවා කාලය හා ධනය පිරිමැසිය හැකි වන්නේ ඊට අදාළ සම්පත් තක්සේරුකරණයේ ගණිතමය දැනුම ඔබ විසින් ද තරමක් දුරට හෝ භාවිත කිරීමට පසුබට නොවන්නේ නම් පමණි.

ඊට අදාළ සංවර්ධනාත්මක යෝජනා ඉදිරිපත් කරන විද්වත් සිවිල් සමාජයක් බිහිවන්නේ ද මෙලෙස ගණිතමය වශයෙන් විශ්ලේෂණයෙහි යෙදෙන, තාර්කිකව කරුණු හේතු ඉදිරිපත් කරන, අවශ්‍ය පරිදි ගණනය කිරීම් සිදු කිරීමට පසුබට නොවන, ඒ සඳහා හුරු පුරුද්දක් සහිත පුරවැසියන් සිටින්නේ නම් පමණි.

සෞඛ්‍ය සම්පන්න ජීවිතයක් අපේක්ෂාවෙන් සිදු කරනු ලබන වෛද්‍ය පරීක්ෂණ සඳහා ඔබ ලබා දුන් රුධිර/ මුත්‍රා සාම්පල පරීක්ෂාකර අදාළ අගය ගණනය කර සටහන් කරන පරීක්ෂණාගාර නිලධාරියා සිය දෛනික වෘත්තීය ජීවිතය තුළ විවිධාකාර ගණන රාශියක් සිදු කරයි. ඇතැම් විට ඒ සඳහා ඔහුට වගු, ප්‍රස්තාර මෙන්ම ගණක යන්ත්‍ර හා පරිගණක වැඩසටහන් ද උපකාරී වනවා විය හැකිය. ගණිතය හා මෙම මෙවලම් භාවිතයේ ඔහු ශූරයෙකු නම් ඔහුගෙන් ලැබෙන සේවය වඩා නිරවද්‍ය හා කාර්යක්ෂම එකක් වනු ඇත. නමුත් විවිධ හේතු මත වාර්තා නිරවද්‍ය නොවීමටද සම්භාවිතාවක් ඇති බැවින් හැකි පමණින් එහි නිරවද්‍යතාව පරීක්ෂා කිරීම ඔබගේද වගකීමකි.
ඔබගේ වෛද්‍ය වාර්තාවේ ඇතුළත් දත්ත හා එහි සඳහන් නිරෝගී පුද්ගලයෙකු සඳහා නියමිත අගය පරාස පිළිබඳව උනන්දුවක් දක්වන්නේ නම් පසුගිය වාර්තා සමඟ සන්සන්දනාත්මකව පරීක්ෂාකර පරීක්ෂණ ප්‍රතිඵලවල විචලනය අවබෝධකර ගැනීමට ඔබ පෙළඹෙනු ඇත. එවිට ලබා ගන්නා ප්‍රතිකාර සමඟ එම තත්ව සැසඳීමට ද හැකිවනු ඇත. ඊට අවශ්‍ය ගණිත දැනුම සහිත පුද්ගලයා එයට නිරායාසයෙන්ම යොමුවේ. වර්තමානයේ ඉතා කෙටි කාලයක් තුළ වෛද්‍ය වාර්තා පෙන්වා වෛද්‍ය උපදෙස් ලබා ගැනීමට සිදුව ඇති තත්වය යටතේ පසුගිය වාර්තාවල තොරතුරු සම්පිණ්ඩණයකර වගු ආශ්‍රිතව හෝ ප්‍රස්තාර ආශ්‍රිතව පරීක්ෂණ වාර්තාවල සඳහන් අගයන්ගේ කාලයත් සමඟ විචලනය ඉදිරිපත් කළ හැකි නම් එය වෛද්‍යවරයාට ද ඉතා පහසුවක් වනු ඇත. වකුගඩු ක්‍රියාකාරීත්වය සෙවීම සඳහා ඇතැම්විට සිදුකරනු ලබන ඇස්තමේන්තුගත ගුච්ඡික පෙරණ සීග්‍රතා (eGFR) පරීක්ෂණ සලකමු. මෙහිදී eGFR අගය ලබා ගැනීමේ දී ක්‍රම කිහිපයක් ඇතත් ශ්‍රී ලංකාවේ පරීක්ෂණාගාරයන්හි වැඩි වශයෙන් භාවිත කරන ක්‍රමය අනුව එය ගණනය කරනු ලබන්නේ පහත සඳහන් ආකාරයට විචල්‍ය හතරක සමීකරණයක් භාවිතයෙනි.

eGFR= 186 x (සීරම් ක්‍රියටිනින්)$^{-1.154}$ x (වයස)$^{-0.203}$ (කළු ජාතික නම් x 1.21) (ස්ත්‍රී නම් x 0.742)

ගණිතමය වශයෙන් මෙහි අර්ථය වටහාගැනීම අසීරු විය හැකි වුව ද අදාළ අගය රඳා පවතින්නේ රෝගියාගේ "සීරම් ක්‍රියටිනීන්" අගයත්, වයසත්, ජන වර්ගයත්, ස්ත්‍රී පුරුෂ භාවයත් යන විචල්‍ය හතර මත බව පැහැදිලි වේ. සීරම් ක්‍රියටිනීන් ප්‍රමාණය වැඩි වන විටත් වයස වැඩිවන විටත් eGFR අගය අඩුවන බව සෘණ දර්ශක පිළිබඳ දැනුමෙන් යුතු අ.පො.ස (සා.පෙළ) මට්ටමේ ගණිතය

හදාරන්නෙකුට වුවද තර්කානුකූලව අවබෝධ කරගත හැකිය. නිදන්ගත වකුගඩු රෝගියකු සඳහා සමීකරණයෙන් ලැබෙන ප්‍රතිඵලය වඩාත් වලංගු බවද eGFR අගය මිනිත්තුවට මිලි ලීටර් 60 ට වඩා වැඩි නිරෝගී පුද්ගලයකු සඳහා සමීකරණයෙන් ලැබෙන eGFR අගය මදක් අඩු විය හැකි බව ද ඒ පිළිබඳ වාර්තා අධ්‍යනයේදී දැනගත හැකිය. නමුත් මෙවැනි අවබෝධයක් ලැබිය හැකි වන්නේ සමීකරණවලට බිය නොවෙමින් උගත් ගණිතය ආශ්‍රිත මෙවැනි තොරතුරු විශ්ලේෂණය කිරීමට හුරුවක් ලබා ගැනීමෙනි. වෛද්‍ය වාර්තාවලින් කියවෙන දෑ පිළිබඳව අවබෝධයක් ලබා ගැනීමට පමණක් නොව ලබාගත් වෛද්‍ය වාර්තාවෙහි වලංගුතාව පිළිබඳව වුවද තමාටම යම් තක්සේරුවක් කිරීමේ හැකියාවද මින් ලැබේ. ගණිත ව්‍යවහාර තම එදිනෙදා ජීවිතයට සමීප කරගත යුතු මෙවැනි අවස්ථා පිළිබඳ ප්‍රමාණවත් සැලකිල්ලක් නොදැක්වීමේ හේතුවෙන් වෛද්‍යවරයා හා රෝගියා අතර සන්නිවේදන බාධකයක් නිර්මාණය කරගෙන තිබීම වෙනස් කළ යුතු තත්වයකි.

විවිධාකාර වූ වට්ටම් ක්‍රම, රක්ෂණ ක්‍රම, ණය කල්බදු ක්‍රම විශ්ලේෂණය කර සත්‍ය ප්‍රතිලාභ ගණනය කරමින් යෝජනා ක්‍රමය පිළිගැනීම හෝ ප්‍රතික්ෂේප කිරීම හෝ පිළිබඳ නිවැරදි තීරණවලට එළඹීමට නොහැකිව මූලාවන්නේ ඊට අදාළ සරල අංක ගණිතය, සම්භාවිතාව හා සංඛ්‍යානය යනාදී ගණිත ක්‍රම භාවිතයට මැලිවීම හේතුවෙනි.

ඔබගේ කෑම වේල ඇතුළු දෛනික චර්යාව තීරණය කරනු ලබන රටේ වාර්ෂික අය වැය වාර්තාව සැකසීමේ දී මෙන්ම වෙළඳ සංකීර්ණයකින් මිලට ගත් එදිනෙදා ජීවිතයට අවශ්‍ය ද්‍රව්‍ය සඳහා ගෙවනු ලබන බිල්පත් නිවැරදිද යන ගැටලුව විසඳීමේදී පවා පිහිටවන්නේ අතීත මෙසපොතේමියානු මෙන්ම ඉන්දු නිම්න ශිෂ්ටාචාර විසින් නිර්මාණය කළ සරල අංක ගණිතයයි. වර්තමානයේ මෙම අංක ගණිත සුළු කිරීම් පහසුවෙන් සිදුකිරීමට ගණක යන්ත්‍ර තිබුණද ගණිතය ප්‍රායෝගික අවස්ථාවල භාවිත කිරීමේ හුරුව නොමැතිව එය ඔබ අතින් ඉටු නොවේ. වාර්ෂික අයවැය යෝජනාවල සඳහන් බදු පැනවීම්, බදු සහන ලබාදීම්, පොළී අනුපාතික ආදී වාණිජ හා ආර්ථික තීරණවලට අනුකූලව එදිනෙදා ජීවිතය තුළ වැඩි ප්‍රතිලාභ ලැබෙන සේ ආයෝජනය කිරීම්, ඉතුරු කිරීම්, හා ණය ලබා ගැනීම් සම්බන්ධව ගණිතය උපයෝගකර ගනිමින් ලාභදායි නිවැරදි තීරණවලට එළඹෙන ව්‍යවසායකයෝ හා පාරිභෝගිකයෝ සිටිති. තම අවශ්‍යතා අනුව මිලදී ගත යුතු භාණ්ඩ හා සේවා පිළිබඳ නිවැරදි තක්සේරුවකට එළඹීමට එදිනෙදා ජීවිතය තුළ ගණිත දැනුම භාවිතයට හුරුවූවෝ සමත් වෙති. විවිධාකාර වූ වට්ටම් ක්‍රම, රක්ෂණ ක්‍රම, ණය කල්බදු ක්‍රම විශ්ලේෂණය කර සත්‍ය ප්‍රතිලාභ ගණනය කරමින් යෝජනා ක්‍රමය පිළිගැනීම හෝ ප්‍රතික්ෂේප කිරීම හෝ පිළිබඳ නිවැරදි තීරණවලට එළඹීමට නොහැකිව මූලාවන්නේ ඊට අදාළ සරල අංක ගණිතය, සම්භාවිතාව හා සංඛ්‍යානය යනාදී ගණිත ක්‍රම භාවිතයට මැලිවීම හේතුවෙනි.

විසඳුම් සෙවීමේ ගණිතමය ක්‍රියාදාමය

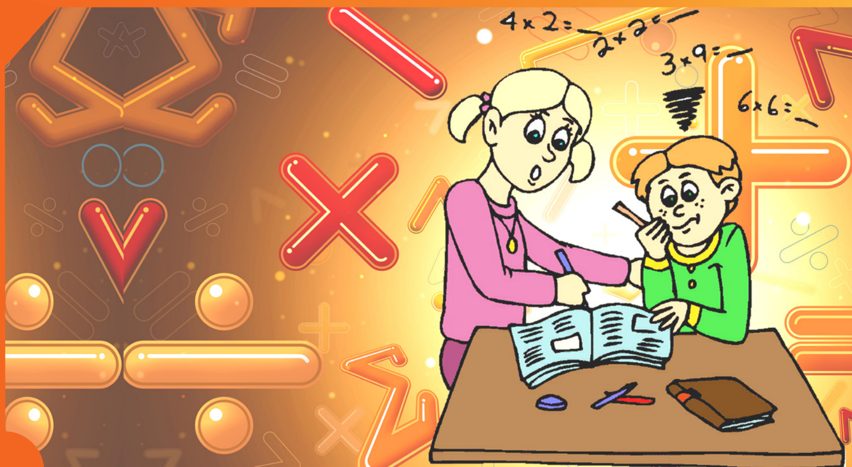
ඉවුම් පිහුම් කිරීමට නොදන්නා අයෙකුට වුවත් ව්‍යංජනයක ලුණු රස අඩු වැඩි දැයි කිවහැකි සේ සමස්ත ගණනය කිරීම් සිදුකිරීමට නොහැකි වුවත් ගණනය සිදු කරන ආකාරය පිළිබඳ වටහා ගැනීමෙන් ලැබිය හැකි විසඳුම පිළිබඳව අනුමාන කිරීමට හැකි අවස්ථා තිබේ. එසේ හැකිදැයි උත්සාහ කර තර්කානුකූලව පරීක්ෂාකර බලන තෙක් එයද සිදුකිරීමට නොහැකි වනු ඇත.

කෙසේ වුව ද ගණිතමය ගැටලු විසඳීමට ඔබ තුළ සූදානම හා උත්සාහය තිබේ නම් අනුගමනය කළ යුතු පළමු පියවර වන්නේ සාමාන්‍ය ව්‍යවහාර භාෂාවෙන් ඉදිරිපත් කෙරෙන ගැටලුව විශ්ලේෂණය මගින් ගණිත භාෂාවට පරිවර්තනය කර ගැනීමයි. එමගින් ලැබෙන ගණිත ගැටලුව ඔබ ලත් ගණිත දැනුම මගින් විශ්ලේෂණය කිරීමේදි කුමන ගණිත සිද්ධාන්ත හා න්‍යාය භාවිත කළ යුතු දැයි අනුමාන කළ හැකි වනු ඇත. එවිට ඊට අදාළ සූත්‍ර ඔස්සේ ගණිත සංකේත භාවිත කරමින් අවශ්‍ය ගණිත කර්ම සිදු කිරීම මගින් විසඳුමක් කරා එළඹිය හැකි වනු ඇත. එම විසඳුම මගින් ගැටලුව නිරාකරණය වේ දැයි පරීක්ෂා කර බලා සාර්ථක නම් එය විසඳුම ලෙස පිළිගත හැකි වේ. නමුත් අසාර්ථක නම් නැවත වෙනත් න්‍යාය ඔස්සේ උත්සාහ කළ යුතු වේ. එහිදී ඇතැම් විට පවතින ගණිත න්‍යායන් ප්‍රමාණවත් නොවිය හැකිය. ගණිතඥයින් අතින් ඔබ වෙනුවෙන් නව ගණිත න්‍යායන් බිහිවන්නේ මෙවැනි අවස්ථා සඳහා විසඳුම් වශයෙනි.

අද ඔබ අප ජීවත් වන මානව ශිෂ්ටාචාරය හා සංස්කෘතිය මෙලෙස විද්‍යාමානව පවතින්නේ එවැනි ගණිත පර්යේෂණවල අතුරු ඵල ලෙස භෞතික, රසායන හා ජෛව යනාදී ක්ෂේත්‍ර තුළ සංවර්ධනය වූ විද්‍යාව හා තාක්ෂණය හේතුවෙනි. කුමන ආකාරයේ ගණිත පර්යේෂණ සිදු කළේ ද යන්න මෙතෙක් අනාවරණය නොවුවද ශ්‍රී ලංකාවේ වැව් හා දාගැබ් නිර්මාණ තාක්ෂණය ඉන්දියාවේ පේෂකර්ම තාක්ෂණය මෙන්ම චීනයේ මුද්‍රණ තාක්ෂණය පවා ජන ජීවිතයේ අවශ්‍යතා සම්පූර්ණ කිරීමේ ගැටලුව විසඳීමට දැරූ ප්‍රයත්නයන්හිදී ගණිත ශිල්ප ක්‍රම මගින් විසඳුම් ලබා දී ඇති ආකාරය විද්‍යාමාන කෙරෙන ඓතිහාසික සාක්ෂි වේ. එබැවින් එදිනෙදා ගැටලු විසඳීමේදි ගණිතය ඔබගේ සහකරුවකු කර ගැනීමට තව දුරටත් පසුබට විය යුතු නැත; පමාවිය යුතු නැත.

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශයයේ
ගණිතය පිළිබඳ අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂ
බී.ඩී. චිත්තානන්ද බියන්විල

එදිනෙදා ජීවිතයේ ගණිතමය අත්දැකීම්



අනුරාධ මහසිංහ

වෙලාව හරියට ම උදෑසන හත යි. තව සුළු මොහොතකින් දොර වසා යතුරු දමා ඉක්බිති මහ මග වෙහෙසකර තදබදයට ගොදුරු වන්නට නියමිත ව සිටින මට යම් කිසිවක් අමතක වී ඇත. කාර්යාලයට දමන සපත්තු යුගල වෙනුවට තවමත් මා දෙ පය රැඳී ඇත්තේ නාන කාමරයෙන් එන විට දමාගත් සෙරෙප්පු කුට්ටම ය. දොරකඩ දෙස මා දෙ ඇස යොමු වේ. සපත්තු එහි ඇත. එහෙත් සේදූ මේස් සොයා අල්මාරිය පීරන්නට සිදු වේ. මෙය සිතන තරම් පහසු කටයුත්තක් නොවන්නේ, වෙනත් ඇඳුම් සහ රෙදි අතරින් මේස් කුට්ටමක් තෝරාගන්නට සිදුවන හෙයිනි. මෙ බඳු අපිළිවෙළ පරිසරයක් තුළ යමක් අස්ථානගත වීම අතිශය ස්වභාවික ය.

තරමක ප්‍රයත්නයකින් පසු මම වෙහෙසටත් කෝපයටත් පත් වෙමි. සිදු විය හැකි නරක ම දේ නම්, මේස් කුට්ටමක් සොයාගැනීමට නො හැකිවීම යි. එය දැන් සැබෑවක් බවට පත්වන සෙයකි. කෝපය ඇති කරගැනීමට මෙ වැනි සරල සිදුවීමකට වඩා අගනා යමක් නැත. මා කිපෙන්නේ, මේස් කුට්ටමක් සොයාගැනීම ඉතා පහසු සංසිද්ධියක් වන නමුත්, කිසියම් දෛවෝපගත අවාසනාවක් නිසා එය පැතූ ලෙස සිදු නො වූ හෙයිනි. එනම්, මේස් කුට්ටමක් සොයාගැනීමට හැකි වීම ඉතා ඉහළ සම්භාවිතාවක් සහිත සංසිද්ධියක් වන නමුත්, අල්ප සම්භාවිතාවක් සහිත සංසිද්ධිය නොහොත් මේස් කුට්ටමක් නොලැබීම ම යථාව බවට පත් වූ හෙයිනි. සාංස්කෘතික ප්‍රපංචයන්ට අනුව එක් මට්ටමකදී මෙය දෛවය ලෙස හඳුනාගත හැකි ය. අල්පසම්භාවී යමක් සිදු වීම කවදත් දෛවය සිහි කැඳවන්නකි. ගුවන්යානයක් මුහුදට කඩා වැටීම යනු එහි නියමු-සේවක-සේවිකා-මගී පිරිසගේ දෛවය වුවත්, උපද්‍රවයකින් තොර ව ගමනාන්තය කරා ළඟා වීම ස්වභාවය ලෙස පිළිගැනීමට අපි හුරු වී සිටිමු. ගුවන්යානය අනතුරට පත් වීම අල්ප සම්භාවී වුවත්, ලෝක ඉතිහාසයේ ගුවන් අනතුරු සිදු වී තිබේ. තවත් ආකාරයකින් කියන්නේ නම්, නිශ්ශුන්‍ය සම්භාවිතාවක් සහිත සිදුවීමක් සිදු නො වේ යැයි අපට කිව නො හැකි ය. එය සිදු වීමේ සම්භාවිතාව කොතරම් කුඩා අගයක් වුවත්, එය සිදු වීමෙන් පසු අපට එහි කුඩා බවින් පලක් නැත. අනෙක් අතට, කිසිවක් සිදු වීමේ සම්භාවිතාව ශුන්‍ය යැයි අපට ඓතිහාසික කරුණු මගින්ම පුරෝකථනය කළ හැකි ද? හෙට උදයේ ඉර පායන බව නිශ්චිත ව කිව හැකි ද? එක්තරා රුසියානු ජන කතාවක වළසා ඉර ගිල්ලේ ය. එවිට ලෝකය කළුවර විය. එහෙයින් අනෙක් සියලු සතුන්ට කළුවරේ ම වළසා සොයන්නට සිදු විය! ඉර නමැති මානසික ප්‍රපංචය කතන්දරකාරයෙකුට මෙසේ පහසුවෙන් අනතුරට ලක් කළ හැකි ය. භෞතික සූර්යයා යනු අනෙක් සියලු සාධකයන්ගෙන් විනිර්මුක්ත වූ නිරපේක්ෂ අනුභූතියක් නොව, ද්‍රව්‍යයෙන් සහ ශක්තියෙන් නිර්මිත වස්තුවකි. එය නියාමධර්ම සහ වෙනස්කම්වලට යටත් ය. එහෙයින්, හෙට ඉර පායන සම්භාවිතාව සියයට සියයකැ යි කිව හැකි ද?

සාම්ප්‍රදායික අර්ථයෙන් ගත් කල සම්භාවිතාවෙහි ව්‍යවහාර ස්වරූපය මෙයින් යම් ප්‍රශ්න කිරීමකට ලක් වේ. ප්‍රායෝගික දෘෂ්ටියකින් බලන කල, යම් සංසිද්ධියක් සිදු වීමේ සම්භාවිතාව යන සංඛ්‍යාත්මක අගය ද්විතීයික වන අතර, එය සිදු විය හැකි ද යන්න ප්‍රාථමික වේ (මෙය ගණිතයේ එන පැවැත්ම සහ අනන්‍යබව පිළිබඳ සිද්ධාන්ත සමග යම් ඒකමිතියක් පෙන්වයි). සිදු විය හැකි නරක ම දෙය ඇත්තෙන් ම සිදුවන්නට පුළුවනි. කිසියම් දිනෙක අසාමාන්‍ය ශක්ති සංක්‍රමණයකින් පසු ඉර පායන්නේ නැතිවන්නට පුළුවනි. නවීනත ම ගුවන් යානය අනතුරට පත් වන්නට පුළුවනි. අවසානයේ, මට අද දින මේස් කුට්ටමක් සොයාගන්නට නො හැකි වන්නට පුළුවනි. ඕනෑ ම නරකක් සිදු විය හැකි ය යන සරල අරුත කැටි කොට ගත් මර්ෆිගේ නීතිය නමැති උපහාසාත්මක පදය එකතු වන්නේ ගණිතයට හෝ සම්භාවිතාවට හෝ නොව ඉංග්‍රීසි භාෂාවට ය. හෙට ඉර නො පායන බව, නවීනත ම ගුවන්යානය අතුරුදන් වීම හෝ මට මේස් කුට්ටමක් සොයාගත නො හැකි වීම හෝ මෙම නීතියේ භාවිතයන්ට නිදසුන් කිහිපයකි. මෙය නම් කොට ඇත්තේ

දැනට අවුරුදු විසිපහකට පමණ පෙර මිය ගිය ඇමරිකානු ගගන ඉංජිනේරුවෙකු වූ එඩ්වර්ඩ් මර්ෆි සිහි වන ලෙසිනි. සිය විද්‍යාගාරයේ එක්තරා නොසැලකිලිමත් සේවකයෙකු අරබයා ඔහු විසින් කළා යැයි සලකන ප්‍රකාශයක් එහි ප්‍රස්තුතය වේ: "යමක් වැරදියට කරන්න විදියක් තියෙනව නම්, ඔහු ඒ විදියට ම කරාවි". කෙසේ නමුත් මර්ෆිගේ නීතියෙහි වඩාත් ප්‍රචලිත ආකාරය යමක් වැරදීමට ඉඩ තිබේ නම්, එසේ වේ යනු යි. මෙය සංසිද්ධියක සම්භාවිතාව සහ එම සංසිද්ධිය සිදු වීම අතර අප පෙර කී ප්‍රාථමික-ද්විතියික ගැටලුව ආමන්ත්‍රණය කරයි.

ඇත්තෙන් ම, මර්ෆිට හෝ ඔහුගේ අපූරු සේවකයාට පළමු මෙම නියමය නිරීක්ෂණය කරනු ලැබුවේ ප්‍රකට ගණිතඥයෙකු වූ ''ද මෝර්ගන්'' විසිනි (කුලකවාදයෙහි එන ''ද මෝර්ගන් නීතිය'' නම් කොට ඇත්තේ මොහු නමිනි). ප්‍රමාණවත් තරම් පරීක්ෂා කරන්නේ නම්, ඕනෑම සංසිද්ධියක් සිදු විය හැකි බව ඔහු ලියා තැබී ය. වසර මිලියන ගණනක් පරීක්ෂා කරන්නේ නම්, හිරු පෑයීමෙහි නිශ්චිත බව අභියෝගයට ලක් කළ හැකි නිදසුනක් සොයාගත හැකි වනු ඇති අතර, අප එය කළුවරේ ම සටහන් කොට තබනු ඇත. ප්‍රමාණවත් තරම් නවීන ගුවන් යානා ගුවන්ගත කරන විට එකක් අතුරුදන් විය හැකි ය. ඔබ අවුරුදු ගණනාවක් මුළුල්ලේ උදෑසන රැකියාවට පිටත් වන්නේ නම්, එක් දවසක මේස් කුට්ටමක් නො ලැබ යා හැකි ය.

මේස් කුට්ටම් වියවුල අරබයා සම්භාවිතාව ඇසුරින් මර්ෆිගේ නීතිය උත්කර්ෂයට නංවනු ලැබුවේ ප්‍රකට විද්‍යා රචකයෙකු වූ රොබර්ට් මැතිව්ස් විසිනි. මා සතු ව මේස් කුට්ටම් දහයක් ඇත. එයින් මේස් හයක් අතුරුදන් වී ඇත. මේස් නැති වීම කෙරෙහි මා තුළ කිසිදු ප්‍රසාදයක් නැති නමුත්, මෙය සිදු විය හැකි ආකාරවලින් මා වඩාත් ම කැමති ආකාරයක් ඇත. එ නම්, නැති වූ මේස් හය මේස් කුට්ටම් තුනක් වීම යි. එ විට මට මේස් කුට්ටම් හතක් ඉතිරි වේ. මා අකැමැති ම ආකාරය නම්, නැති වූ මේස් හය, වර්ග හයකින් වීම යි. එ විට මට ඉතිරි වන්නේ මේස් කුට්ටම් හතරක් පමණි. ඇත්ත වශයෙන් ම සරල ගණනය කිරීමේ නීති සහ සරල සම්භාවිතා සිද්ධාන්ත භාවිතා කොට, මෙ කී සිදුවීම්වල සම්භාවිතා ගණනය කළ හැකි ය. නැති වූ මේස් හය වර්ග තුනකින් වීමේ සම්භාවිතාව 0.003 වන අතර, ඒවා වර්ග හයකින් වීමේ සම්භාවිතාව 0.347කි. එ නම්, හොඳ ම දෙය මෙන් සිය ගුණයකට වැඩි සම්භාවිතාවක් ඇත්තේ නරක ම දෙය සිදු වීමට ය.

මේස් නැතිවීම ගැන මීට වඩා සිතීමෙන් පලක් නැත. වර්ග දෙකකින් මේස් දෙකක් දමාගෙන යාම එතරම් ලොකු දෙයක් නො වේ. තව ද මේස් සෙවීම නිසා දැනටමත් මා මිනිත්තු දෙකක් ප්‍රමාද වී ඇත. ඉතින් මම දොර වසා යන්නට සැරසෙමි. එවිටම බැළලිය පාතරාසය ඉල්ලමින් මා ඉදිරියේ පෙනී උන්නා ය. ඇය ගෙයක් දොරක් නැති සැරිසරන්නියකි. පැටවුන් සමග මගේ නිවහනට නුදුරින් තාවකාලික ව රැඳී සිටින්නී ය. ඇය වෙනුවෙන් මම තව මිනිත්තුවක් වැය කරමි. මා වෙතින් යමක් ලබන්නට ඇය කොහොමත් සතුටු ය. දැන් මා මිනිත්තු තුනක් ප්‍රමාද ය! හනික පිටත් වෙමි. පසුපසින් ඇසෙන ඇගේත් පැටවුන්ගේත් ස්තුති හඬවල් කෙරෙන් මම ඈත් වෙමි.

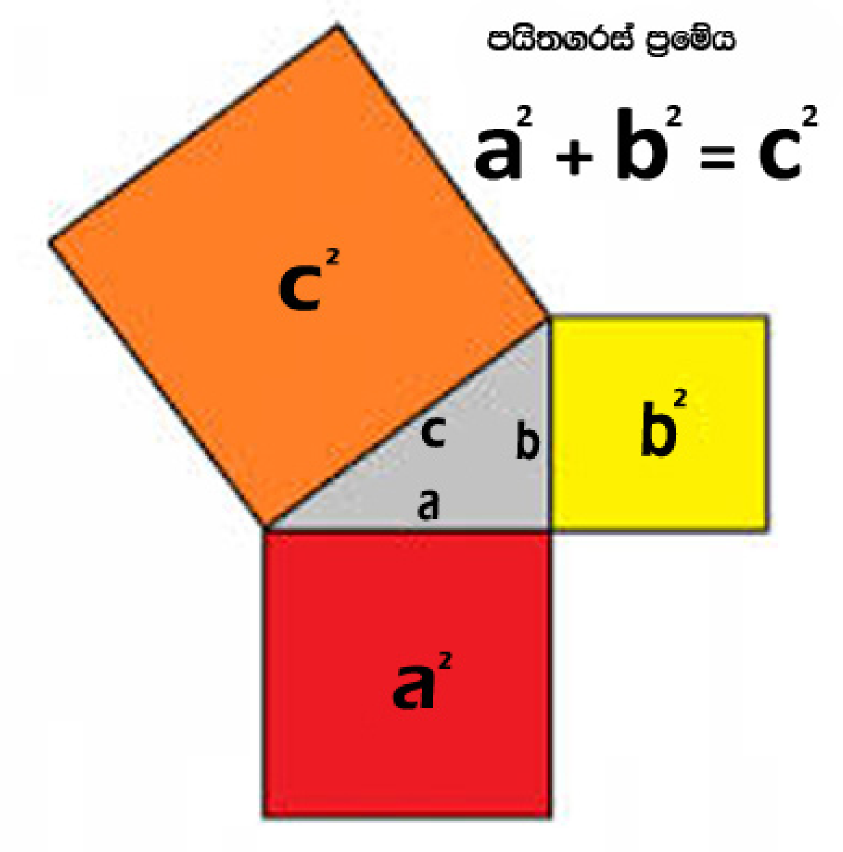
බැළලිය පැටවුන් තුන් දෙනෙකු බිහි කළා ය. එ තරම් සෞඛ්‍යසම්පන්න බවක් නො පෙනුණ ද, තුන් දෙනාම තව ම ජීවතුන් අතර ය. ඈ ඔවුන් තැනින් තැනට ගෙන යන්නී ය. බැළලිය තැන් හතකට පැටවුන් ගෙය යන බවත්, හත්වැන්න අවසාන නවාතැන බවත් වරක් මාළු ලැල්ලේ ආච්චි මා සමග පැවසුවා ය. ඇය නිවැරදි නම් බොහෝ විට අපගේ කුස්සිය හත්වැන්න බව මට ඉවෙන් මෙන් දැනේ. ඇය පැටවුන් එක් තැනකට ගෙන යන අන්දම මම බලා උන්නෙමි. ඈ තුන්වැනි පැටවා ද ගෙන ගිය පසුත්, තවත් පැටවෙකු ඇතැ යි සිතා මෙන් පැරණි ස්ථානයට ගොස් විපරම් කරන්නී ය. බළලුන් වැනි සතුන් ගිණීමෙහි අපොහොසත් යැයි කියැවේ. පැටවුන් ගණන තේරුම් ගත නො හී ඇය විපිළිසර වූයේ එහෙයින් විය හැකි ය (තැන් හත ගණන් කරන්නට ඇයට හැකි වූයේ කෙසේ ද යන්න ගැටලුවකි).

ගණන් කිරීමේ හැකියාව මිනිසාට පමණක් ආවේණික වූවක්දැ යි නිශ්චිත ව කිව නො හැකි වුව ද, එහි ලා මිනිසා සුවිශේෂ වන බව පැහැදිලි ය. මානව ශිෂ්ටාචාරයෙහි සහ එහි උත්පාදනය වූ සියලු ශිල්පකලාවන් හි පදනම වූයේ මෙකී ගණන් කිරීමේ හැකියාව යි. මෙය ගණිතයෙහි ප්‍රාථමික ම අවස්ථාව ලෙස හඳුනාගත හැකි ය. සාක්ෂරතාව බිහිවන්නට පළමු ගණන් කිරීමේ හැකියාව බිහි වූ බව ශපථ කරන්නට නයිල් නිම්නයට යා යුතු නො වේ. මීටර පනහකට මෙ පිටින් ඇති මාළු ලැල්ල එයට සැහේ. මා එ තැන පසු කර යා යුතු ය. ඇගේ කටහඬ ඈත සිට ම මට ඇසේ. මාළු ආච්චි අකුරු නො දන්නා මුත්, අවට කිසිවෙකුට ඉතිරි මුදලින්, මාරු කාසිවලින් හෝ කිසිවකින් ඇය රවටා අඩු මිලට මාළු ගෙන යා හැකි නො වේ. සාක්ෂරතාව ලෙස මුල් කාලයේ හඳුනාගනු ලැබුවේ යමක් ලිවීමේ හෝ කියවීමේ හැකියාව යි. එය අකුරු දන්නවා යන ලුහුඬු ආකාරයෙන් ද ප්‍රකාශ කරනු ලැබිණ. එහෙත් අකුරු පමණක් දන්නා අයෙකු සාක්ෂර කාණ්ඩයට ඇතුළත් නො වේ. ගණනය කිරීමේ හැකියාව සලකන කල, අප කී ගණිත සාක්ෂරතාව (ප්‍රකට ගණිත ලේඛකයෙකු වන මහාචාර්ය ජෝන් ඇලන් පෝලෝස් මෙය Innumeracy ලෙස හඳුන්වයි) යනු උදක් ම එකතුකිරීමේ හා අඩු කිරීමේ හැකියාව නො වේ. මාළු ආච්චි සතු ව ඇත්තේ මූලික ගණිත කර්ම කිහිපය සිදු කිරීමේ හැකියාව පමණක් නො වේ. මාළු සහ මුදල්වල සමානුපාත සම්බන්ධ ඈ හොඳින් දන්නී ය. බොහෝ විට රේඛීය සමානුපාත සහිත වන නමුත්, ඇතැම් අවස්ථාවන්හි මෙය වෙනස් වේ. යම් කෙනෙකු ලොකු මාළු සහ පොඩි මාළු යන දෙ වර්ගය ම මිලට ගන්නා

විට ඒ එක් එක් වර්ගය මිලට ගන්නා පාරිභෝගිකයන් දෙදෙනෙකුට වඩා මිල අඩු වීමක් සිදු වේ. මෙය හිතුමතේ කරන්නක් නොව, නිසි මිල සූත්‍රයකට අනුව ම සිදු වන්නකි. භාග, අනුපාත, අනුලෝම ප්‍රතිලෝම සම්බන්ධ සහ ප්‍රතිශත වැනි බොහෝ ගණිතකර්ම නොකඩවා ක්‍රියාත්මක වන තැනකි, ඇගේ මාළු ලැල්ල. ඇත්තෙන් ම ගණිත සාක්ෂරතාව ප්‍රාථමික වන කළ අකුරු දැනගැනීම ද්විතියික වේ. කුඩා දරුවන් උදෙසා අප ගැමි සමාජයෙහි ආකෘතික අඥානයා වන කිරිහාමිගෙ චරිතය මැවූ කුමාරතුංග යන් වුව, මොහුගේ ලිවීමේ කියවීමේ නොහැකියාව වෙනුවට උත්කර්ෂයට නැංවූයේ මෙ කී ගණිත අසාක්ෂරතාව යි. එහි ලා පනම් අටක් දී වලං ගෙනෙන්නට කිරිහාමි යවනු ලැබේ. කඩකාරයා වලං ගොඩක් පෙන්වා, "එකක් තුට්ටු දහය" යි කියයි. කිරි හාමි කිපී, "මා නුපුරුදු නිසා රවටන්නට සිතුවාද? කැමති නම් මෙය පනම් අටකට දෙනවා. මා ළඟ ඇත්තේ එපමණ යි" කී කල කඩකාරයා පණම් අට ගෙන වළඳ දෙයි.

මාළු ආච්චිගේ දියණිය ඇගේ මව මෙන් ම දිරිමත් කාන්තාවකි. තවමත් තරුණියක වන ඈ ඇඳුම් මසන්නී ය. එයින් සැලකිය යුතු ආදායමක් උපයාගන්නට ඇය සමත් ය. ඇය මේ ඇඳුම් මැසීමට අවශ්‍ය රෙදි මිලදී ගන්නේ එක් නිෂ්පාදකයෙකුගෙන් නො වේ. වර්ග කිහිපයක රෙදි, නිෂ්පාදකයන් කිහිපදෙනෙකු ළඟ ඇත. ඔවුන් මේ එක් එක් රෙදි වර්ගයට කියන මිල ගණන් ද එකිනෙකට වෙනස් ය. තව ද එක් එක් නිෂ්පාදකයාගෙන් අමුද්‍රව්‍ය මිලදී ගන්නා විට ප්‍රවාහන ගාස්තු පවා වෙනස් වෙයි. එයින් ඇතැම් සාධක නියත වන අතර, කාලගුණ විපර්යාස හෝ වෙනස් කරුණු මත ප්‍රවාහන දුෂ්කරතා පවා එකිනෙකට වෙනස් වේ. මේ සියලු කරුණු සැලකිල්ලට ගෙන, අවම වියදමකින් අමුද්‍රව්‍ය මිල දී ගන්නා ආකාරය ගැන දැනුවත් නම් ඇයට තම කුඩා ව්‍යාපාරයෙන් වැඩි ලාභ ලැබිය හැකි ය. ඇගේ මව විසින් අවිඥානික ව යොදාගනු ලබන සරල ගණිත සූත්‍රවලින් ඔබ්බට ගිය ප්‍රශස්තිකරණය පිළිබඳ නියම භාවිතා කළහොත්, අපහසුවකින් තොර ව අමුද්‍රව්‍ය මිල දී ගැනීමේ හොඳ ම ක්‍රමය සොයාගන්නට ඇය සමත් වනු ඇත. ගණිතමය ආකෘතිකරණයෙහි මතු වන්නේ මෙහිදී ය. ඇතැම් විට සංඛ්‍යාන විද්‍යාත්මක විධික්‍රම ද මේ සඳහා උපයෝග කරගත හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස, ඇගේ සැපයුම්කරුවන්ගෙන් අමුද්‍රව්‍ය රැගෙන ඒමේදී මතු වන ප්‍රවාහන දුෂ්කරතා සලකමු. අතීත අත්දැකීම් අනුව එක් එක් මාර්ගය කොතරම් දුෂ්කර ද යන්න ගැන ඉඟියක් ඇයට ඇති මුත්, ඒ සඳහා නිශ්චිත ක්‍රමයක් නැත. අපි මේ අතීත අත්දැකීම් දත්ත ලෙස සලකා, එම දත්ත සංඛ්‍යාන විද්‍යාත්මක පරීක්ෂාවලට භාජනය කරමු. දැන් එක් එක් මාර්ගය පිළිබඳ නිශ්චිත මිනුමක් අපට ඇත. ඉක්බිති ගණිතමය ආකෘතිකරණයට හැරෙමු. මාර්ගයන්හි දුෂ්කර බව යනු එක් සාධකයක් පමණි. අපට මෙ වැනි සියලු සාධක එක් පරිමාණයකට ගෙන සමස්තය සූත්‍රගත කළ හැක්කේ ගණිතමය ආකෘතිකරණයේ ආධාරයෙන් පමණි. මෙසේ ගොඩනංවන ලද ගණිතමය ආකෘතියෙහි කේන්ද්‍රීය වන්නේ අවම වියදමකින් සැපයුම්කරුවන් තෝරාගැනීමේ ක්‍රියාව යි. එ බැවින් මෙය ව්‍යවහාරික ගණිතයේ සුලබ ව එන අනුයුක්ත කිරීමේ රීති ක්‍රම භාවිත කොට විසඳුමක් ලබාගත හැකි ගැටලුවක් බවට ඌනනය වේ. මෙම විසඳුම කඩදාසියක් සහ පැන්සලක් භාවිත කිරීමෙන් හෝ ඒ සඳහා ම නිපදවන ලද නවීන ගණිතමය මෘදුකාංගයක් භාවිත කිරීමෙන් හෝ ලබාගත හැකි ය. යම් දිනෙක ඇගේ ව්‍යාපාරය එක්තරා සීමාවකින් ඔබ්බට වර්ධනය වන්නේ නම්, නොවරදවා ම ඇයට මෙම කාර්යය කරන්නට සිදු වේ. මෙය ගණිතමය ආකෘතිකරණයෙහි ස්වරූපය මැනැවින් පිළිබිඹු කරයි. එදිනෙදා ජීවිතයේ ඔබ මුහුණ දෙන කිසියම් ගැටලුවක් එම භෞතික අවකාශයෙන් මුදවා ගණිතමය අවකාශයක සංකේතීය බසින් ප්‍රකාශ කරනු ලැබේ. ඉක්බිති එය ජීවන ගැටලුවක් නොව, ගණිත ගැටලුවකි. මෙ කී ගණිත ගැටලුව විසඳීමට නිශ්චිත ක්‍රමවේදයක් තිබේ. එයින් ගණිත ගැටලුවේ විසඳුම ලබා දේ. මෙය අදාළ සාධක සමග නැවත ගලපා, අපගේ සැබෑ ගැටලුවට විසඳුම වන ආකාරයට සකසාගත හැකි ය. ඇත්තෙන් ම ඇය මතු දවසක එය

පයිතගරස් විද්‍යාඥයා



කදිම ඇඟලුම් ව්‍යාපාරයක් බවට වර්ධනය කරන බවට ලකුණු දැන් සිට ම පෙනෙන්නට තිබේ. මෙතෙක් අත් උදවුකාරියන් දෙදෙනෙකුත් ඇයත් පමණක් ඇඳුම් මැසූ පරණ කඩ කාමරයට අලුතෙන් කොටසක් එකතු කරන්නට ඇය තීරණය කොට ඇත. එවිට තවත් සේවිකාවන් බඳවාගැනීමට සහ වැඩි ප්‍රමාණයක් ඇඳුම් මැසීමට පුළුවන. අලුත් කොටසේ ඉදිකිරීම් වැඩ පටන්ගෙන දැන් ටික දවසකි. පුදුමයකට මෙන් අද උදෑසන ම බාස් උන්නැහේත් ගෝල පිරිසත් අප්‍රමාදව පැමිණ ඇත. සාමාන්‍යයෙන් ඔවුන් වෙලාවට පැමිණෙන්නේ නැකත් බලා මුල් ගල තබන දා පමණි.
එහෙත් බාස් උන්නැහේගේ පමාව ගැන කවුරුවත් ඒ හැටි පැමිණිලි නො කරන්නේ ඔහු අමනාප කරගැනීම එ තරම් සුබ නැති හෙයිනි. දැන් පවා ඔහු තම ගෝලයන් අමතන්නේ තමන්ට ම ආවේණික බසකිනි. අසරණ ගෝලයා නිසි ලෙස තුන-හතර-පහ නොගැනීම නිසා බාස් උන්නැහේගේ වදන් පහරට ගොදුරු වී ඇත. තුන-හතර-පහ යනුවෙන් ඔවුන් අදහස් කරන්නේ, ගණිතයේ පයිතගරස් ප්‍රමේයය ලෙස හැඳින්වෙන ප්‍රකට සිද්ධාන්තය යි. කිසියම් ඍජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක ප්‍රලම්බ පාදවල දිගෙහි වර්ගවල එකතුව, එහි කර්ණයේ වර්ගයට සමාන බව එයින් කියැවේ. මේ සඳහා දිය හැකි සරල ම නිදසුන නම් ප්‍රලම්බ පාද ඒකක තුනක් සහ හතරක් වන ඍජුකෝණී ත්‍රිකෝණය යි. මෙහි කර්ණයේ දිග ඒකක පහකි. තුන-හතර-පහ ලෙස බාස් උන්නැහේ සහ ගෝලයන් මෙකී සිද්ධාන්තය හඳුන්වන්නේ, මෙමගින් දෙනු ලබන එහි වඩාත් සරල ව්‍යවහාරික ස්වරූපය සලකාගෙන ය. කිසිදාක පයිතගරස් සිද්ධාන්තය නමින් මෙය අසා නැති වන්නට ඉඩ තිබෙන මුත්, බාස් උන්නැහේ එහි භාවිතාව පිළිබඳ දැනුමින් සන්නද්ධ වූවෙකු පමණක් නොව, එහි අවභාවිතාවට එදිරි ව ගෝලයාට දොස් පවරන්නට තරම් සිද්ධාන්තය කෙරෙහි බැඳුණු සිතැත්තෙක් ද වෙයි.

පයිතගරස්ගේ නමින් හඳුන්වනු ලැබුව ද, බැබිලෝනියානු, ඉන්දියානු සහ චීන ශිෂ්ටාචාරවල ඊට පෙරාතුව ද මෙම සිද්ධාන්තය භාවිත වූ බවට සාධක තිබේ. මෙය ගණිතයේ සහ ජීවිතයේ සහසම්බන්ධය නිරීක්ෂණය කිරීමට කදිම නිදසුනකි. එදිනෙදා ජීවිතය ලෙස අප හඳුන්වන කෙටි කාල, කාලපරිච්ඡේද එක් වූ කල එදා මෙදා තුර මනුෂ්‍ය වර්ගයා විසින් පසු කොට ගිය දැවැන්ත කාලවකවානුවක් සෑදේ. මෙම වකවානුව තුළ මිනිසා ගණිතය උත්පාදනය කළේ එදිනෙදා ජීවිතයෙනි. නිවාස තැනීම හෝ වෙනත් කිසියම් කටයුත්තක් සඳහා මිනුම් කටයුතුවල යෙදුණු මානවයන් මෙ කී සිද්ධාන්තය නිරීක්ෂණය කරන්නට ඇත. බාස් උන්නැහේ වැනි අපමණ මිනිසුන් එයින් පල නෙළාගන්නට ඇත. ඒ අතර සිටි පයිතගරස් වැනි අතළොස්සක් මිනිසුන් එහි සාධනය කෙරෙහි සැලකිලිමත් වන්නට ඇත. නිරීක්ෂණය සහ භාවිතාව තුළින් දැනුම තහවුරු කරගන්නා බාස් උන්නැහේට සාධනයෙන් පලක් නැති වුව ද, මෙම සිද්ධාන්තයෙහි වැඩිදුර භාවිත කෙරෙහි උනන්දු වන්නන්ට පයිතගරස්ගේ සාධනය අතිශය වැදගත් සන්ධිස්ථානයකි. ඉතිහාසයේ එක්තරා වකවානුවක දැනුම නිර්මාණය කිරීම බාස් උන්නැහේ වැන්නන් අතින් ගිලිහී පයිතගරස් වැන්නන් අතට පත් විය. එ තැන් සිට පිළිගත් ප්‍රමූල ධර්මයන් ඔස්සේ සාධනය කරන ලද ප්‍රතිඵල සහිත සංගත පද්ධතියක් බිහි විය. එයට ගණිතය යැයි ව්‍යවහාර කරමු. එම පද්ධතිය තුළ ලියැවෙන මෙම සිද්ධාන්තය හඳුන්වන්නේ එය ව්‍යවහාර ඥානය තුළින් නිරීක්ෂණය කළවුන්ගේ නමින් නොව, පළමු වරට එය සාධනය කළ පයිතගරස්ගේ නමිනි. බාස් උන්නැහේ පයිතගරස්ගේ ප්‍රමේය භාවිත කරන බව කිසිවෙකු කියන්නට ඉඩ ඇත. එහෙත් ඔහු එය ලබාගත්තේ පයිතගරස්ගෙන් නොව ලොකු බාස් උන්නැහේගෙනි. ලොකු බාස් උන්නැහේගේ ගුරුන් එය

හඳුනාගත්තේ එදිනෙදා ජීවිතයෙනි. ගණිතය යනු මෙවන් දෘඪ නිරීක්ෂ්‍ය සංවිධිත ව සැකසූ පසු ලැබෙන පද්ධතිය යි. එලෙස සංවිධානය කිරීමට නම්, කිසියම් මූලික රීති පද්ධතියකින් යුත් ශක්තිමත් පදනමක් අවැසි ය. මෙම පදනම දමනු ලැබුවේ ගණිතමය තර්කනයෙනි. නිරායාසයෙන් ම තර්කනය ද ගණිතයේ තවත් එක් කොටසක් ලෙස වර්ධනය විය. සරල තර්කයක් වුව භාවිත කිරීම යනු ගණිතමය අභ්‍යාසයක යෙදීමකි. අවදියෙන් සිටින දවසක් පුරාවට එබඳු ගණිතමය අභ්‍යාස රාශියක අපි දැනුවත් ව හෝ නො දැනුවත්ව හෝ නියැලෙන්නෙමු.

තර්කනයේ මූලික අවිය වන්නේ ප්‍රතීයමානය යි. දෙකාර්ත් වැනි ගණිතඥයන් හෝ ලුවිස් කැරොල් වැනි ගණිත සාහිත්‍යකරුවන් පමණක් නොව, අප ආයතන ප්‍රධානියා ද ප්‍රතීයමානයෙහි ශූරයෙකි. හදිසියේ මට ඔහු සිහි වන්නේ ඔරලෝසු මුහුණත වෙත ඇස් යොමු වීමෙනි. මා වෙනදාට වඩා මිනිත්තු හතරක් ප්‍රමාද ය. ආරම්භයේ ම මේස් සොයාගැනීමට සහ බළල් පවුලේ පාතරාසයට අතිරේක මිනිත්තු තුනක් වැය විය. මාළු ලැල්ල, මාළු ආච්චිගේ දියණිය, බාස් උන්නැහේ සහ ගෝල්බාලයන් දෙස බැලීමට අමතර මිනිත්තුවක් වැය විය. එහෙත් මාර්ග තදබදය කාලයට රේඛීය ව සමානුපාතික නොවේ. එය බොහෝ සේ සාතීය ය. ඒ නිසා අද කාර්යාලයට යන විට පමාව මිනිත්තු හතරකට වඩා බෙහෙවින් වැඩි වීමට නියමිත ය.

පමාව යනු කාර්යාලීය කටයුතුවලදී දුරින් දුරු කළ යුත්තකි. ආයතන ප්‍රධානියා පමාව දුරු කිරීම උදෙසා එක්තරා උපායක් හඳුන්වා දුන්නේ ය. යම් සේවකයෙකු හෝ සේවිකාවක හෝ මසකට දින හතරකට වඩා පමා වී පැමිණියහොත්, ඔහු හෝ ඇයට හෝ එම මාසය අවසානයේ ප්‍රසාද දීමනා නො ලැබෙන බව හෙතෙම නිවේදනය කළේ ය. මා පසුගිය මාසයේ පමා වූයේ දින දෙකක් පමණි. එහෙත් මට ලැබුණු ප්‍රසාද දීමනාවක් නැත. ප්‍රධානියා අත වරදක් නැත. ඔහු කළේ ප්‍රතීයමානය භාවිතා කිරීම පමණි. කිසියම් ප්‍රකාශයකින් දෙ වැනි ප්‍රකාශයක් ගම්‍ය වේ යැයි සිතමු. පළමු ප්‍රකාශය සත්‍ය වූ විට දෙවැන්න සත්‍ය වීම අනිවාර්ය ය. එහෙත් පළමුවැන්න අසත්‍ය වුව ද දෙ වැන්න සත්‍ය වීමට ඉඩ තිබේ. ''මම මසකට දින හතරකට වඩා පමා වී පැමිණියෙමි'' යන්න අසත්‍යයක් කොට ප්‍රධානියා ''මාසය අවසානයේ ප්‍රසාද දීමනා නොලැබේ'' යන්න අසත්‍ය කරන තුරු බලා උන්නෙමි. ඔහු මට ප්‍රතීයමානය යළි හදාරන්නැ යි මතක් කර දුන්නේ ය. ඔහු සිදු කොට ඇත්තේ, එදිනෙදා ජීවිතයේ මුහුණ දුන් ගැටලුවක් සංවිධිත ව සැකසීම පමණි.

ඔහුගේ අවිය වූයේ තර්කනය යි. ගණිතය නමැති සංවිධිත පද්ධතිය සකසා ඇත්තේ ද මෙම අවියෙන් ම ය. එදිනෙදා ජීවිතය තුළින් කළ ඇතැම් දෘඪ නිරීක්ෂ්‍ය තර්කනය ආධාරයෙන් සංවිධිත ව සකසා එයට ගණිතය යැයි ව්‍යවහාර කරන ලදී. ඉක්බිති මේ නිරීක්ෂ්‍ය ගණිත සිද්ධාන්ත ලෙස හඳුන්වනු ලැබුණි. කිසි කලෙක මේ සිද්ධාන්ත එහි උපත නොහොත් එදිනෙදා ජීවිතය කෙරෙන් වෙන් කළ නො හැකි ය. ඒවා එතරම්ම එදිනෙදා ජීවිතය තුළින් නැවත නැවත පෙනෙන්නට පටන් ගනී. මෙයට ගණිතය ව්‍යවහාර වනවා යැයි කීමෙහි වරදක් නැත. එහෙත් ගණිතය මූලික ව බිහි වූයේ ද මෙ බඳු නිරීක්ෂ්‍ය තුළින් මිස කඩදාසි-පැන්සල්වලින් නො වේ. එහෙයින් එදිනෙදා ජීවිතය ගණිතමය අංශුමාත්‍රවලින් පිරී තිබීමේ කිසිදු අරුමයක් නැත. අප විස්මයට පත් විය යුත්තේ ගණිතමය අංශුමාත්‍ර නැති එදිනෙදා ජීවිතයක් හෝ එදිනෙදා ජීවිතය තුළින් දැකිය නො හැකි ගණිතයක් තිබුණහොත් පමණි.

කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලයේ
ගණිත අධ්‍යයනාංශයෙහි,
අනුරාධ මහසිංහ

සොබාදහමෙහි සැඟවුණු ගණිත රටා

ආචාර්ය දීපාල් සුබසිංහ

ස්වභාවධර්මය ඉතා හොඳ ගණිතඥයකු බව ඔබ දන්නවාද? ගණිතය යන වචනය ඇසෙන විට අප බොහෝදෙනෙකුට සිහිවන්නේ සංඛ්‍යා, වීජ සමීකරණ, ජ්‍යාමිතික හැඩතල, ප්‍රස්තාර ආදිය නොවේද? නමුත් ස්වභාවධර්මයේ ඇති අලංකාර මල්, සිප්පි කටු, පලතුරු හා ඇට වර්ග සතුන්ගේ සම මතුපිට හෝ පිටත කබොලුවල ඇති රටා, මේ සියල්ලම යම් යම් ගණිත න්‍යායන්ට අනුව සැකසෙන බව ඔබ දන්නවාද? ගොලුබෙල්ලෙකුගේ නැතිනම් මුහුදු බෙල්ලෙකුගේ පිටත කවචය ඒ ආකාරයට සර්පිලාකාර ලෙස හැඩගැසෙන්නේ ඇයි? ඒ සතුන් වැඩෙන විට ඒ හැඩය වෙනස්නොවී පවත්වාගෙන යමින් විශාල වන්නේ කොහොමද?
අපි පළමුව ඒ ගැන සලකා බලමු ස්වභාවධර්මයේ ඇති රටා හඳුනාගැනීම පහසුවුවත් තේරුම්ගැනීම පහසු නැත. ජීව විද්‍යාඥයෝ ගස්වැල්, එල, මල් පලතුරුවල, එසේත් නැතිනම් සතුන්ගේ පවතින රටා අධ්‍යයනය කරමින් ඒවා ජීව විද්‍යාත්මක විස්තර කිරීම හා ඒවාගේ ජීව විද්‍යාත්මක හෝ පරිනාමීය හෝ පදනම් ලබාදීම සඳහා උත්සහ කරති.
නමුත් මේ ජීවී මෙන්ම සමහර අජීව වස්තූන්ගේද ඇති රටා ගණිතමය න්‍යායයන් අනුව හැඩගැසෙන බව බොහෝ දෙනෙක් නොදනිති, නැතහොත් අමතක කරති.
ජීවය, තම පැවැත්ම සඳහා සැමවිටම අරගලයක යෙදී සිටී. මේ අරගලයේදී ස්වභාවධර්මයේත්, පරිසරයේත් ඇති නොයෙකුත් සාධක මෙන්ම තමා වටා සිටින තම වර්ගයාගෙනුත් ඇතිවන බලපෑම් අතරින් තම ඉලක්කය කරා යාමට පහසුම මග තෝරාගැනීම සිදුවේ.

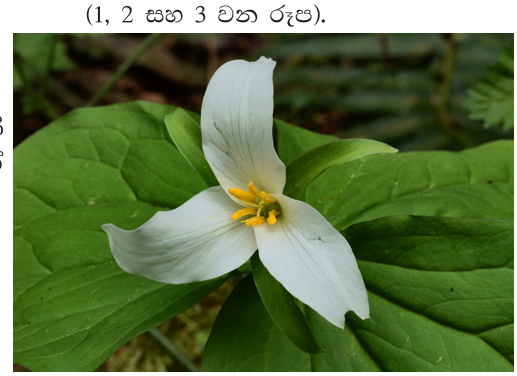
මෙවැනි අවස්ථාවල ඇතිවන සමහර රටා ඉතා සංකීර්ණ වන අතර සමහර රටා අපට පහසුවෙන්ම දැකගත හැකිවේ.

උදාහරණයකට සරල ගණිතමය ශ්‍රේණියක් සලකමු.
2,4,6,8,10.... වැනි ශ්‍රේණියක් ඇතිවන්නේ පළමු අංකයට 2ක් එකතුකිරීමෙන් බව පැහැදිලිය. වෙනත් ඕනෑම ගණිත රීතියක් උපයෝගී කරගෙන මෙවැනි ශ්‍රේණි සෑදිය හැකි වුවත් සමහර රීතිවලින් සෑදෙන රටා අනෙකුත් රටාවනට වඩා සිත් ගන්නා සුලුය.
ෆිබොනාචි **(Fibonacci)** විසින් නිර්මාණය කළ පහත සඳහන් ශ්‍රේණිය ඉතාමත් අලංකාර රටා මවයි.

මෙහි ගණිතමය රීතිය වනුයේ බින්දුවෙන් සහ 1න් පටන්ගෙන එම අංක එකිනෙකට එකතු කරමින් ඊළඟ අංකය සෑදීමයි.
උදාහරණයකට
0+1=1
1+1=2
1+2=3
2+3=5
3+5=8
5+8=13
8+13=21
--------- යනාදී වශයෙනි.
එවිට ෆිබොනාචි ශ්‍රේණිය 0,1,1,2,3,5,8,13,21,34 යනාදී ලෙස ලැබේ. මීළඟ වතාවේ ඔබ මල් උයනකට හෝ මලින් පිරි ගෙවත්තකට හෝ ගිය විට මල්වල ඇති පෙති ගණන ගණන් කර බලන්න.

විශාල සංඛ්‍යාවක් මල්වල පෙති 5ක් හෝ 8ක් ඇති බවත් ඊට වඩා වැඩි බවත් ඔබට පෙනී යාවි.

එසේම පෙති හතරේ (4) මල් දුලබ බවත් ඔබ දකීවි. සමහර මල්වල පෙති 6ක් ඇති අතර ඒවා බොහෝවිට යුගල 3කින් සෑදුනු ඒවා වේ. අංක 4 ෆිබොනාචි ශ්‍රේණියට අයත් නැත (1, 2 සහ 3 වන රූප).



1 වන රූපය : පෙති තුනෙහි මලක්

2 වන රූපය : පෙති පහක මලක්

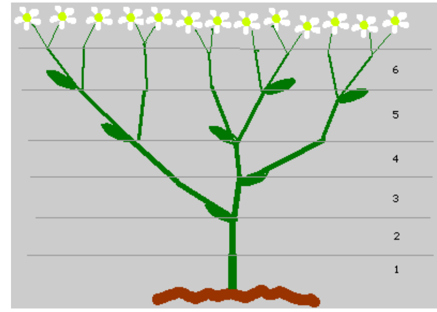
3 වන රූපය : පෙති හයක මලක්

ඔබ කඳුකර පෙදෙසක සිටින්නේ නම් හෝ පයිනස් ගස් ඇති පෙදෙසකට යන්නේ නම් පයිනස් ගෙඩියක් රැගෙන බලන්න. ඒවායේ ''පෙති'' සැකසී ඇති ආකාරය හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.

එම පෙති සර්පිලාකාර ආකාරයට සැකසී ඇති බව පැහැදිලිව පෙනේවි. හොඳින් බැලූ විට වාමාවර්ථව මෙන්ම දක්ෂිණාවර්ථවද කැරකෙන සර්පිල හඳුනාගැනීමට ඔබට හැකි වේවි. මේ සර්පිලාකාර රේඛා ගණන් කළොත් ඒවා ෆිබොනාචි ශ්‍රේණියේ එක ළඟ අංක දෙකක් නිරූපණය කරන බව ඔබට පෙනේවි (4 වන සහ 5 වන රූප).

සමහර පැළෑටි වර්ගවල අතු බෙදී තිබෙන පරතර අධ්‍යයනය කරන විටද ෆිබොනාචි ශ්‍රේණිය නිරීක්ෂණය කළ හැකිය. යම්කිසි පැළෑටියක් අලුතෙන්ම පැළ වූ අවස්ථාවක් සලකන්න. පළමු අතු බෙදීම සිදුවීමට පෙර එහි කඳ ශක්තිමත් වීම අත්‍යවශ්‍යය. මේ සඳහා මාස 2ක් අවශ්‍ය වේ යැයි සිතමු. කඳේ පළමු අතු බෙදීම මාස 2කට පසුවත් ඉන්පසු සෑම මාසයකට වරක් අතු බෙදීමක් සිදුවුවහොත් එය 6 වන රූපයේ පරිදි වනු ඇත. මෙයට හොඳම උදාහරණයක් නම් *Achillea ptarmica* නම් උද්භිද විද්‍යාත්මක නාමයෙන් හඳුන්වන කුඩා පැළෑටියකි (7 වන රූපය). පරිසරය හොඳින් අධ්‍යයනය කරන විට තවත් පැළෑටි විශාල සංඛ්‍යාවක් හඳුනාගත හැකිය.

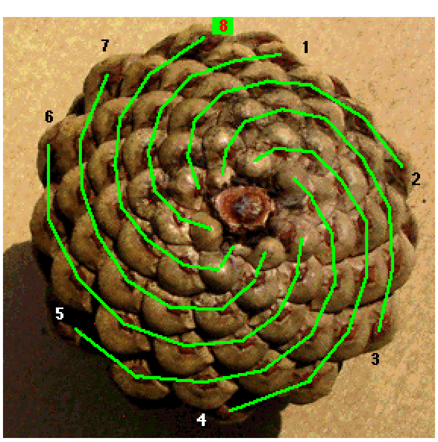
මී මැසි ජනපදයක ගහණය සැලකූ විටද අපට තවත් සැඟවුණු ෆිබොනාචි රටා දැකිය හැකිය. මී මැසි ගහණයක රැජනක් සහ ''වැඩකාර'' මැස්සියනුත් පිරිමි මී මැස්සන් සුලු පිරිසකුත් සිටින බව අපි දනිමු. සියලුම මැස්සන් හා මැස්සියන් රැජනගේ දරුවෝය. ගැහැනු මී මැස්සන් සංසේචනය වූ බිත්තරවලින් උපදින බවත් අපි දනිමු. දැන් අපි පිරිමි මී මැස්සකුගේ ''පරම්පරාව'' සලකා බලමු.

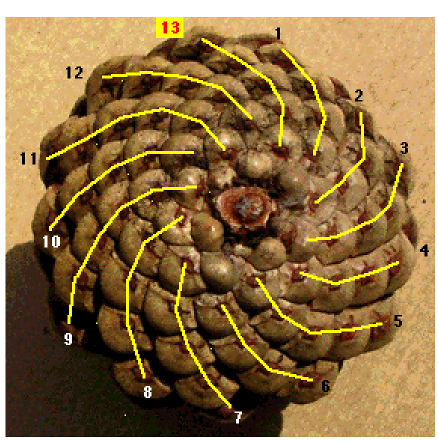


6 වන සහ 7 වන රූප : Achillea ptarmica **නම් පැළෑටියේ අතු බෙදී ඇති ආකාරය**

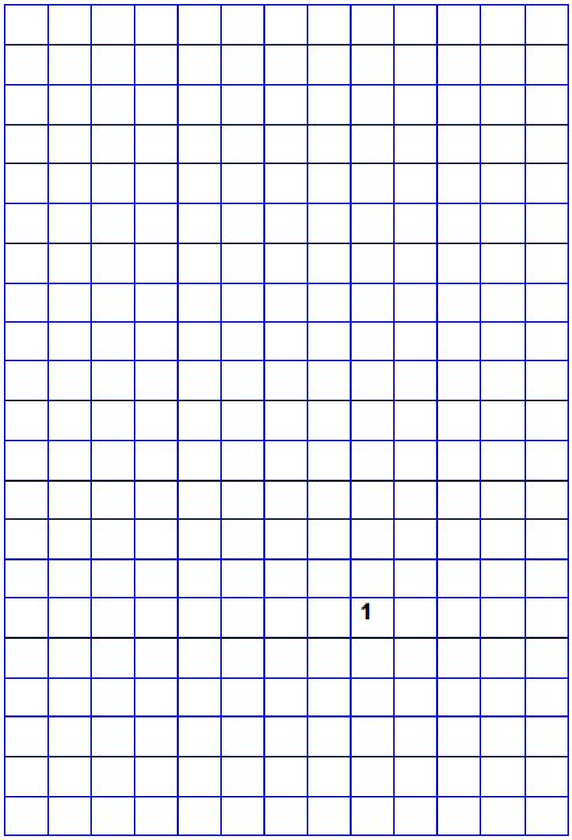
පිරිමි මී මැස්සාට ඇත්තේ මවක් (රැජන) පමණි. එනම්, එක දාරකයෙකි - (1). නමුත් ඔහුට සීයා කෙනෙක් සහ ආච්චි කෙනෙක් (එනම්, රැජනගේ මාපියන්) ඇත - (2). ඔහුට (ඔහුගේ සීයාට පියෙකු නැති නිසා) මුත්තා කෙනෙක් නැත. මේ ශ්‍රේණිය සැලකුවහොත් එය 1,2,3,5,8,.... ආකාරයට වන බව පැහැදිලි වේ.

දැන් අපි ෆිබොනාචි සර්පිලයක් නිර්මාණය කරමු. ඒ සඳහා මුලින්ම කොටු 13 x 21 ප්‍රමාණයේ ප්‍රස්ථාර





4 වන සහ 5 වන රූප : පයිනස් ගෙඩියේ පෙති සැකසී ඇති ආකාරය



8 වන රූපය : මුල්ම අංකය 1 ප්‍රස්තාර කොලයේ (9,5) ඛණ්ඩාංකයේ ලකුණු කිරීම.

කොලයක් අවශ්‍ය වේ. මුල්ම අංකය වන 1 එම ප්‍රස්ථාර කොලයේ (9,6) ඛණ්ඩාංකයේ ලකුණු කරන්න (8 වන රූපය).

දැන් මෙම කොටුවේ උඩ කෙළවර සිට එහි පහළ විකර්ණය දක්වා කවාකාරව චාපයක් ඇඳ එය ඊට වම්පසින් ඇති කොටුවේ ඉහළ විකර්ණය දක්වා දිගු කරන්න. ඉන්පසු ඊට ඉහළින් ඇති 2 x 2 කොටුවේ ඉහළ විකර්ණයට එම චාපය දිගු කරන්න. නැවත එම චාපය දකුණු පස ඇති 3 x 3 කොටුවටත් ඉන්පසු 5 x 5 කොටුවටත් 8 x 8 කොටුවටත් අවසානයේ ඉතිරිවන 13 x 13 කොටුවටත් නොකැඩී රේඛාවක් ලෙස ඇඳීම සිදුකරන්න. එය ෆිබොනාච්චි සර්පිලයක් වේ (9 වන රූපය). මේ සර්පිලය (10 වන, 11 වන, 12 වන සහ 13 වන රූපවල) දැකිය හැකි දැයි සිතා බලන්න.

දැන් අපි ෆිබොනාච්චි ශ්‍රේණියේ ඇති සංඛ්‍යා නැවත නිරීක්ෂණය කරමු. 1,3,5,8,13,21,34,.... මේ සංඛ්‍යා එහි අනුයාත සංඛ්‍යා සමඟ දක්වන අනුපාතය සලකා බලමු.

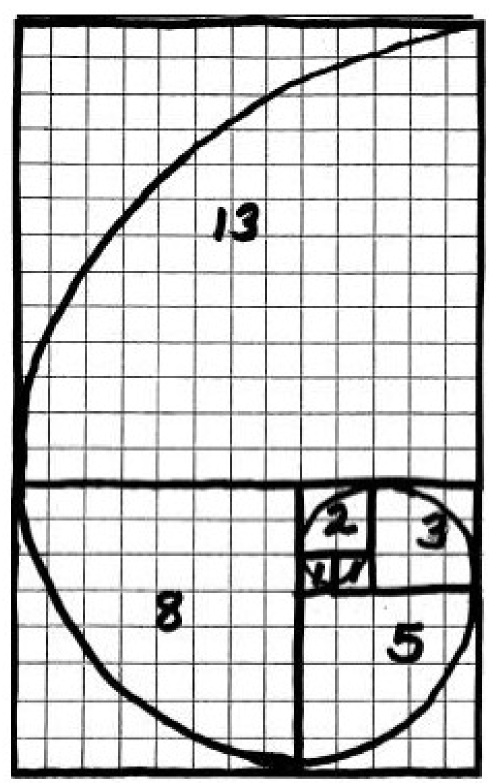
$2 \div 1 = 2$
$3 \div 2 = 1.5$
$5 \div 3 = 1.666....$
$8 \div 5 = 1.6$
$13 \div 8 = 1.625$
$21 \div 13 = 1.615$
$34 \div 21 = 1.619$

මේ අනුපාතය ක්‍රමයෙන් 1.61803 ට ළංවන බව ඔබට දක්නට ලැබේවි. පයිනස් ගෙඩියේ වාමාවර්ථ රේඛා ගණන හා දක්ෂිණාවර්ථ රේඛා ගණන අතර අනුපාතයද මෙයම බව ඔබට දක්නට හැකිවේවි. මෙය ෆිබොනාච්චි ශ්‍රේණියේ ''ස්වර්ණමය'' අනුපාතයයි. ඔබට ඔබගේ ගණක යන්ත්‍රයෙන් හෝ ජංගම දුරකථනයේ ඇති ගණකය (Calculator) භාවිත කිරීමෙන්ද මෙවැනිම දෙයක් කළ හැකිය. පළමුව අංක 1 ඇතුලත් කර 1/x බොත්තම තද කරන්න. ඊට අංක 1 එකතු කර 1/x නැවත තද කරන්න.

ඊට අංක 1 එකතු කර 1/x නැවත තද කරන්න.

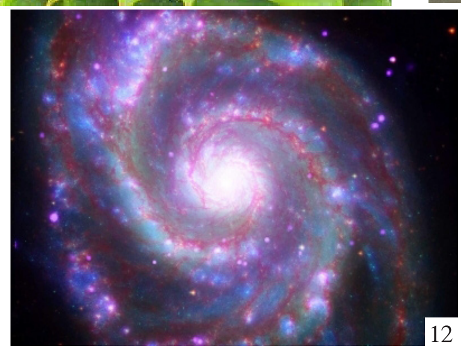
මේ අයුරින් කැල්කියුලේටරයේ තිරය මත ඇති සංඛ්‍යාව නොවෙනස් අගයකට එනතුරු එය සිදුකරගෙන යන්න. එම නොවෙනස්වන සංඛ්‍යාව 1.61803.... බව ඔබට දක්නට ලැබේවි.

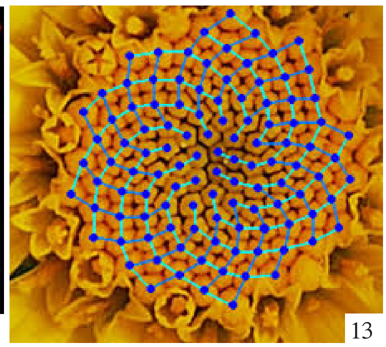
මෙවැනි අනුපාතයක් එසේත් නැතිනම් ශ්‍රේණියක් ස්වාභාවික ගහකොළ මල් පලතුරු හෝ සතුන්ගේ සැකිලි වලට ලැබෙන්නේ කෙසේද? මෙයට නොයෙකුත් විද්‍යාත්මක පිළිතුරු දිය හැකියි. උදාහරණයකට ගසක පත්‍ර පිහිටා ඇත්තේ සර්පිලාකාරව නම් එම ගසේ පහළ පත්‍රවලට ඉහළ පත්‍ර මඟින් හිරුඑළිය වසා ගැනීමේ අවස්ථාව මග හරවයි. එමඟින් සියලු පත්‍රවලට හිරුඑළිය යම් ප්‍රමාණයක් වැටෙන අතර ඉහළ ඇති තරුණ පත්‍ර වැඩි හිරුඑළියක් ලබා ගනිමින් වැඩි ආහාර ප්‍රමාණයක් නිපදවයි.



9 වන රූපය : ෆිබොනාච්චි සර්පිලය ගොඩනැගෙන ආකාරය

දැන් අපි ස්වභාවධර්මයේ ඇති තවත් සරල හැඩයක් සලකා බලමු. පරමාණුවක හෝ කුඩා සෛලයක සිට විශ්වයේ ඇති ග්‍රහලෝක, තාරකා දක්වා වූ ස්වාභාවික වස්තු වෘත්තාකාර හෝ ගෝලාකාර හැඩයක් ගන්නා බව නොරහසකි. මුලින්ම සෛලයක් සලකා බලමු. පහසුව සඳහා ද්විමාන සෛලයක්, එනම් තලයක් මත ඇති පැතලි සෛලයක් සලකමු. ජීවත්වන සෛලයක් ජලය හා ආහාර





10 වන සහ 11 වන 12 වන සහ 13 වන රූප : ෆිබොනාචි සර්පිල සැකසී ඇති ආකාරය

1 වන වගුව : පරිමිතිය සහ වර්ගඵලය අතර අනුපාතය

හැඩය	පැති ගණන	පරිමිතිය	වර්ගඵලය	පරිමිතිය/වර්ගඵලය
සමපාද ත්‍රිකෝණය	3	45.5901	100	0.456
චතුරස්‍රය	4	40.0	100	0.4
ෂඩස්‍රය	6	37.22	100	0.372
වෘත්තය	අනන්තයකි	35.449	100	0.354

2 වන වගුව : පරිමාව සහ පෘෂ්ඨීක වර්ගඵලය අතර අනුපාතය

හැඩය	මුහුණත් ගණන	පරිමාව	පෘෂ්ඨීක වර්ගඵලය
ටෙඩ්‍රාහීවුන් (පිරමීඩාකාර)	4	1	7.21
චතුරස්‍රය	6	1	6
ෂඩස්‍රය	8	1	5.72
වෘත්තය	අනන්තයකි	1	4.84

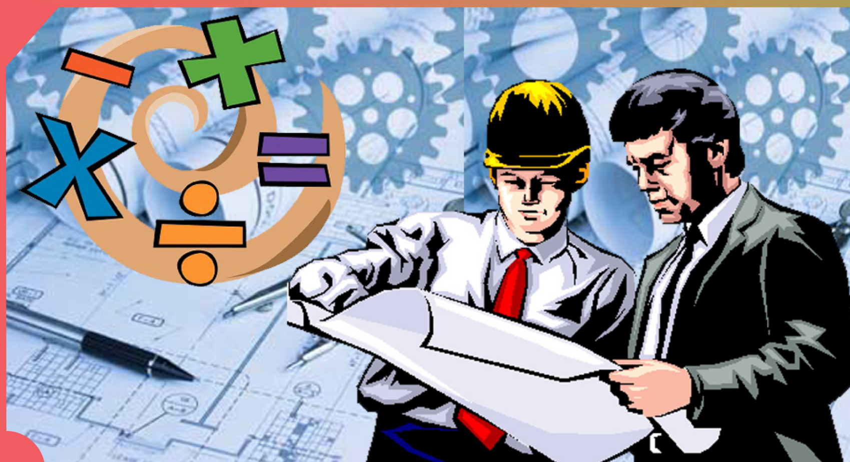
භාවිත කරමින් තම ප්‍රමාණය විශාල කරගැනීමට උත්සාහ දරයි. නමුත් මෙහිදී සෛලයට මුහුණ පෑමට සිදුවන ප්‍රශ්නයක් නම් එහි ඇති ජලය සෛල බිත්ති හරහා පිටතට යාමේ ප්‍රවනතාවයයි. මෙය අවම කරගැනීමට නම් සෛල බිත්තිවල දිග එනම් පරිමිතිය අවම කරගත යුතුවේ. මේ සඳහා සෛලය තම පරිමිතිය අවම කරගනිමින් වර්ගඵලය උපරිම කර ගැනීමට උත්සුක වේ.

මේ සෛලයට විවිධ හැඩතල අතුරින් එකක් තෝරාගැනීමට දී ඇතැයි සිතන්න. වෘත්තයක්, ත්‍රිකෝණයක්, චතුරස්‍රයක්, ෂඩස්‍රයක් වැනි හැඩතල සලකා බලමු. සසඳා බැලීම පිණිස වර්ග සෙ.මී. 100ක වර්ගඵලයක් ඇති හැඩතලයක් සලකමු.

මේ අනුව පරිමිතියඃවර්ගඵලය අතර අනුපාතය අවම වන්නේ වෘත්තයෙහි බව පෙනේ (1 වන වගුව). දැන් අපි ත්‍රිමානයේ ඇති හැඩතලයන් සලකා බලමු. එහිදී පරිමිතිය වෙනුවට පෘෂ්ඨීක වර්ගඵලය වැදගත් වේ. මෙහිදී ගෝලාකාර වස්තුව අවම පෘෂ්ඨීක වර්ගඵලයක් තබාගනිමින් උපරිම පරිමාවක් ලඟා කරගන්නා බව පැහැදිලිය (2 වන වගුව). ඉහළ සිට වැටෙන ද්‍රව බිදු (වැහි බිඳු ආදිය) මෙන්ම ග්‍රහ වස්තූද සබන් පෙණ බුබුලුද ගෝලාකාර වීමට හේතුව ඒවායේ පෘෂ්ඨීය ක්ෂේත්‍රඵලය අවම කර ගැනීමට උත්සාහ දරන නිසාය. ඔබ කුමන හැඩයක රාමුවක් ගත්තත් ඔබ සාදන සබන් බෝල ගෝලාකාර හැඩයක් පමණක්ම ගන්නේ මේ නිසාය.

මහනුවර
හන්තාන පාර
මූලික අධ්‍යයන ආයතනයේ
ජ්‍යෙෂ්ඨ විද්‍යාඥ
ආචාර්ය දීපාල් සුබසිංහ

ගණිතය සහ ඉංජිනේරු විද්‍යාව



මහාචාර්ය ප්‍රියාන් ඩයස්

''ඉංජිනේරු විද්‍යාව යනු වෙස්වලාගත් ගණිතය'' ලෙස හඳුන්වන අවස්ථා එමටය. බොහෝ ඉංජිනේරු විද්‍යාපීඨවල උගන්වන දෑ දෙස බලන විට එහි සත්‍යයක් තිබෙන බවක්ද පෙනේ. ලෝකයේ බොහෝ රටවල ඉංජිනේරු පීඨවලට ඇතුළත්වීමට බලාපොරොත්තුවන සිසුන් සිය ද්විතීක පාසල් මට්ටමේදී යහපත් ගණිත කුසලතා දක්වූවන් වීමක්ද අපේක්ෂා කෙරේ. ඒ කෙසේවෙතත් ඉංජිනේරුවකු යනු ගණිතඥයෙකුගෙන් බොහෝ වෙනස්වූ පුද්ගලයෙකි. මෙම ලිපිය තුළින් එසේ පවතින වෙනස්කම් අතුරින් සමහරක් සලකා බැලීමට අපේක්ෂිතය. එසේ නම්, ඉංජිනේරුවන් විසින් භාවිත කරනු ලබන්නේ කවර වර්ගවලට අයත් ගණිතයද? ඇත්තවශයෙන්ම සරල ඒකජ සමීකරණයන්හී සිට කලනය (කැල්කියුලස්) සහ සංඛ්‍යානය දක්වා වන පුළුල් පරාසයක ගණිත වර්ග ඉංජිනේරු විද්‍යාවේදී භාවිතවෙයි. ඉංජිනේරු විද්‍යාව යනු ''කාලය, අවකාශය සහ සංඛ්‍යානය යන වසම් තුළදී වස්තු සහ වික්ෂෝභ පද්ධති දක්වන ප්‍රතිචාර පිළිබඳ අධ්‍යනය'' ලෙස කිසියම් අයෙකු නිර්වචනය කර ඇත.

යාන්ත්‍ර විද්‍යාව

යාන්ත්‍ර විද්‍යාව පදනම් කරගත් ඉංජිනේරු ශික්ෂාවන් (සිවිල් හා යාන්ත්‍රික ඉංජිනේරු විද්‍යාව ආදී) සමතුලිතතාව හෝ චලිතය හෝ ආදී යමක් විස්තර කිරීම සඳහා වුව නිව්ටන්ගේ නියම මත තදින්ම බැඳී සිටී.

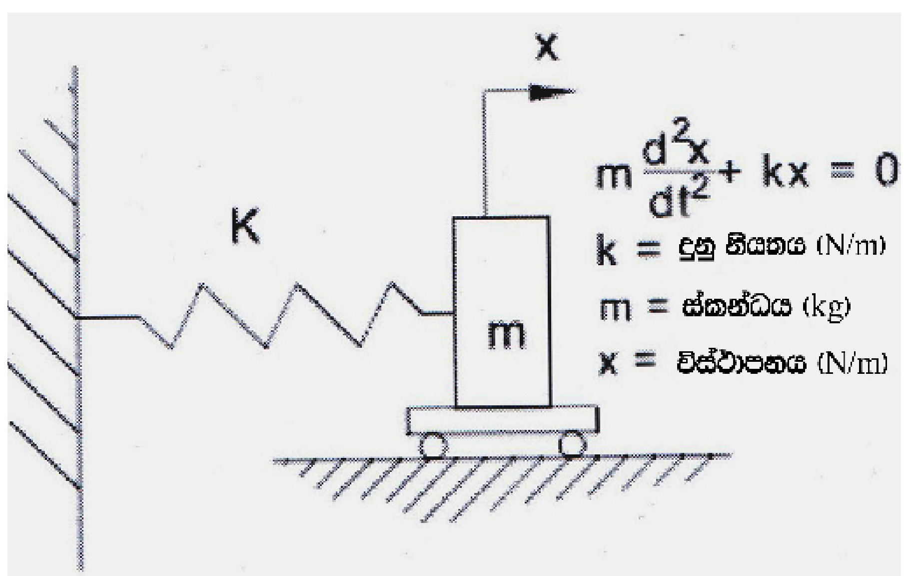
කිසියම් වස්තුවක් නිශ්චලව පවතිනවිට හෝ ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් චලනය වන විට පමණක් එය සමතුලිතව පැවතියද, ''ma'' බලය ලෙස සලකා ත්වරණයක් (a) සහිත ස්කන්ධයකට (m) නම් සරල සුසංගත චලිතයක් මත විස්තර කරන සමීකරණයක් මතුකරන, සමතුලිත සමීකරණයක් ලිවිය හැකිය.

ma = -kx

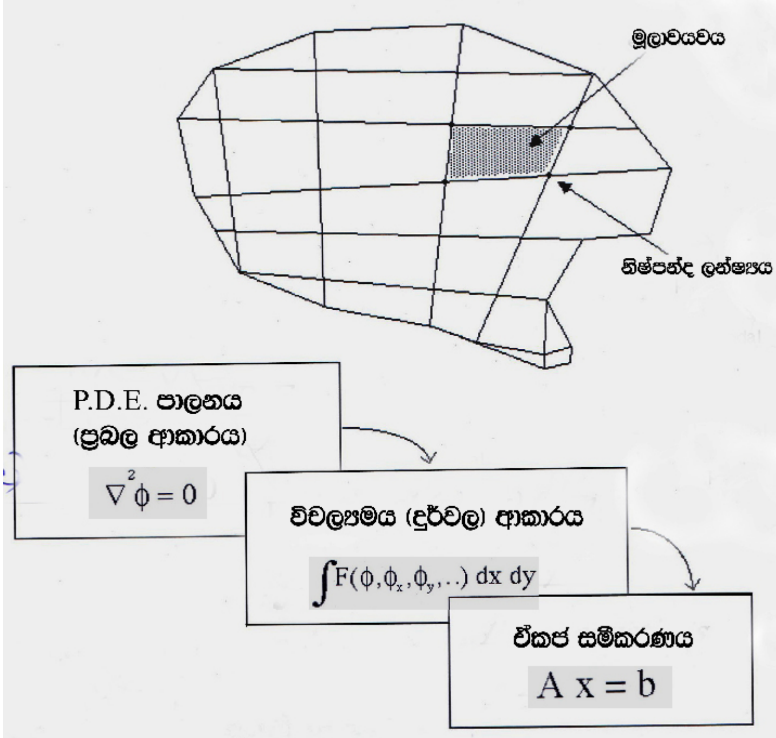
මෙහි k මගින් දුනු නියතයද, ''x'' මගින් සමතුලිත ස්ථානයේ සිට ඇතිවූ විස්ථාපනයද ''kx'' මගින් ප්‍රතිපාදන බලයද දක්වෙයි (1වන රූපය බලන්න).

ඉංජිනේරු විද්‍යාවේදී බොහෝ නිරේකජ හැසිරීම් සමඟ ක්‍රියාකිරීමට සිදුවෙයි. මේ හේතුව නිසාම ඉංජිනේරුවරුන්ගෙන් ''බත සහ සම්බෝලය'' සොයාදෙන ජීවිකා වෘත්තීය සලසන්නේ ආන්තර සමීකරණ බව පැවසෙයි. ඉහත සඳහන් කළ සරල සුසංගත සමීකරණයේදී ත්වරණය නියතයක් නොවනමුත් කාලයත් සමඟ වෙනස්වන්නකි. එහෙයින් අප ත්වරණය dv/dt (හෝ අත්‍යාණුකව සුළු වෙලාවක්; dt තුළ ප්‍රවේගයේ වෙනස්වීම) ලෙස මෙන්ම ප්‍රවේගය dx/dt ලෙස ලියන්නෙමු. එමගින් ඉහත දක්වූ සරල සුසංගත චලන සමීකරණය පහත දක්වෙන ලෙස ලිවීමට සලස්වයි.

m(d2x/dt2)=kx



1 වන රූපය : සරල සංගත චලනයක ගණිතය



2 වන රූපය : ආංශික අවකලන සමීකරණය, ඒකජ සමගාමී සමීකරණය පරිමිත මූලාවයවයන් හරහා පරිවර්තනය කිරීම.

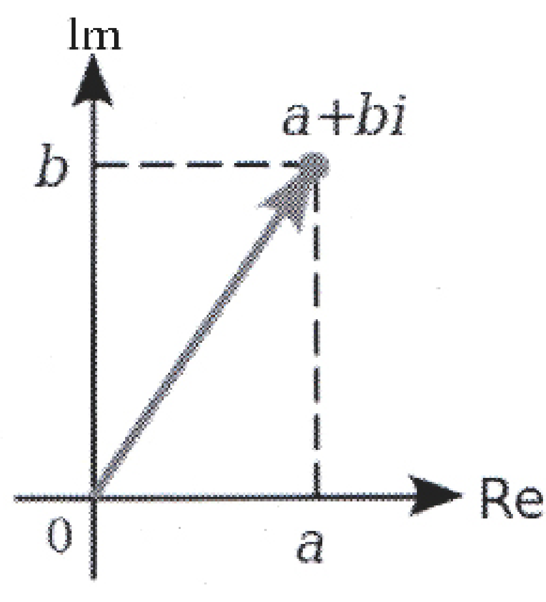
මෙම සමීකරණය ''ආන්තර සමීකරණයක්'' ලෙස හැඳින්වෙන අතර එමඟින් අපට x,t සමඟ වෙනස්වන්නේ කෙසේද යන්න පිළිබඳව ප්‍රකාශනයක් සැපයෙයි. ඉහත ගැටළුවේදී අප සලකා බලනු ලැබුයේ ලක්ෂ්‍ය ස්කන්ධයක් පමණය. කෙසේ නමුත් අපට සංකීර්ණ හැඩ හෝ කොටස් ගණනාවක් සහිත වස්තු හා සම්බන්ධ ගැටළු විසඳීමට සිදුවූ විට, බොහෝ විට යොදාගන්නේ පරිමිත මූලාවයම ක්‍රමයය. මෙහිදී වස්තුවෙහි තත්‍ය විස්ථාපනය ක්ෂේත්‍රයම දළ වශයෙන් සමාන වන සරල ශ්‍රිතයන් මඟින් විස්ථාපන නියෝජනය කළ හැකි වන පරිදි කුඩා පරිමිත මූලාශ්‍ර ලෙසට සැලකිය හැකි කුඩා කොටස්වලට වෙන්කර ගනු ලැබේ (2වන රූපය බලන්න). එවිට අපට විස්ථාපනය මගින් ප්‍රතික්‍රියා පිළිබඳ ප්‍රකාශන ලබාගැනීමට, දන්නා ප්‍රත්‍යස්ථ ගුණ (හුක් ගේ නියමය සහ පොයිසොන් අනුපාතය ආදී) භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍ය, වික්‍රියා හා බැඳීමට සහ යෙදූ බලයට, ප්‍රත්‍ය සම්බන්ධ කිරීමට හැකිවෙයි. මෙයාකාරයෙන් සංකීර්ණ වස්තුවක් මත බල පද්ධතියක් ඇති කළ විස්ථාපන සොයාගැනීමට අපට පුලුවන. මෙම ක්‍රියාවලිය හා සම්බන්ධ සියළු අවකල සමීකරණ ඇත්තවශයෙන්ම තුල්‍ය සමගාමී සමීකරණ භාණ්ඩයක් බවට පරිවර්තනය වී ඇත. මෙවැනි සමගාමී සමීකරණ විසඳීම න්‍යායක්‍රම විශේෂයෙන්ම ප්‍රතිලෝචන න්‍යාය භාවිතයෙන් සිදුකළ හැකිය.

විද්‍යුතය

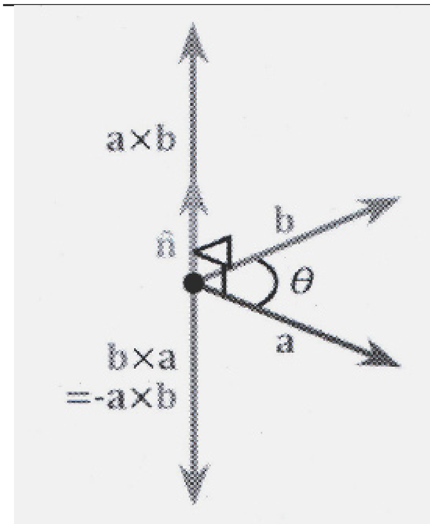
විදුලි ඉංජිනේරු විද්‍යාවේදී ක්ෂේත්‍ර පිළිබඳ මතය ඉතා වැදගත්ය. උදාහරණයක් ලෙස මැක්ස්වෙල්ගේ සමීකරණය විදුලිය සහ චුම්බක ක්ෂේත්‍ර පිළිබඳව මෙන්ම ඒවා අතර පවත්නා සම්බන්ධතාවය විස්තර කරයි. උදාහරණයක් ලෙස විදුලි මෝටරය සහ විදුලි ජනකය මෙම විදුලිය සහ චුම්බක ක්ෂේත්‍ර අතර පවත්නා සබඳතාවයේ සුලබ යෙදවුම් විය.

විදුලි ඉංජිනේරු විද්‍යාවේදී භාවිත කරන තවත් ගණිතමය අංශයක්වනුයේ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාය. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සතුව තාත්වික සහ අතාත්වික සංරචක දෙවර්ගයම තිබෙන අතර (3 වන රූපය බලන්න) මෙම සංරචක එකිනෙකට ප්‍රලම්බකව (එනම් ලම්බකව) පිහිටයි. මෙය ප්‍රතිරෝධය, සම්බාධකය සහ ධාරිතාමය යන සංරචක පැවතිය හැකි ප්‍රත්‍යාවර්තක ධාරා විද්‍යුත් පරිපථයක සම්බාධනය විස්තර කිරීමේදී ප්‍රයෝජනවත් වෙයි. මෙහිදී ප්‍රතිරෝධය තාත්වික සංරචකය ලෙසද අනෙකුත් සංරචක දෙකේ සංයෝජනය (ප්‍රතිබාධකය ලෙස හැඳින්වෙන) අතාත්වික ලෙසද සැලකෙයි. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ගණිතය, ප්‍රතිබාධනය සංරචක මගින් වෝල්ටීයතාව සහ ධාරාව අතර ඇතිවන කලා විලම්බය ඇතිවන්නේ කුමක් නිසාද යන්න අවබෝධ කරගැනීමට උදව් වෙයි.

ඉහත විස්තර කරන ලද ඉංජිනේරුමය කාර්ය අතරින් බොහොමයක් (ස්කන්ධයන් මත බලපැවැත්වෙන බල හෝ ප්‍රත්‍යාවර්තක ධාරා පරිපථ හී වෝල්ටීයතාවය හෝ වුවද) සතුව දිසාවක් පවතින බැවින් ඒවා දෛශික වෙයි. එම හේතුව නිසාම දෛශික පිළිබඳ ගණිතය සහ දෛශික ගුණිත හා දිශා කෝසයින වැනි සංකල්ප ඉංජිනේරු විද්‍යාවේදී



3 වන රූපය : සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සහිත තාත්වික (Re) සහ අතාත්වික සංරචක (Im) දෙවර්ගයම පවතියි.



4 වන රූපය : දෛශික කතිර ගුණිතය යනු තවත් දෛශිකයකි.

නිරතුරුවම භාවිත වෙයි. දෛශික දෙකක කතිර ගුණිතය මේ මුල් දෛශික දෙකටම සෘජු කෝණව පිහිටන තවත් දෛශිකයකි (4 වන රූප සටහන බලන්න). චුම්බක ක්ෂේත්‍රයක් තුළ චලනය වන විද්‍යුත් ධාරාවක් අත්දකින ලොරෙන්ට්ස් බලය විස්තර කිරීමට එය යොදා ගත හැකිය. දෛශික දෙකක තිත් ගුණිතය, අදිශයකි. විස්තාරණ දෛශිකයක් සමඟ බල දෛශිකයක් සිදු කරන කාර්ය සම්බන්ධය එවැන්නකි.

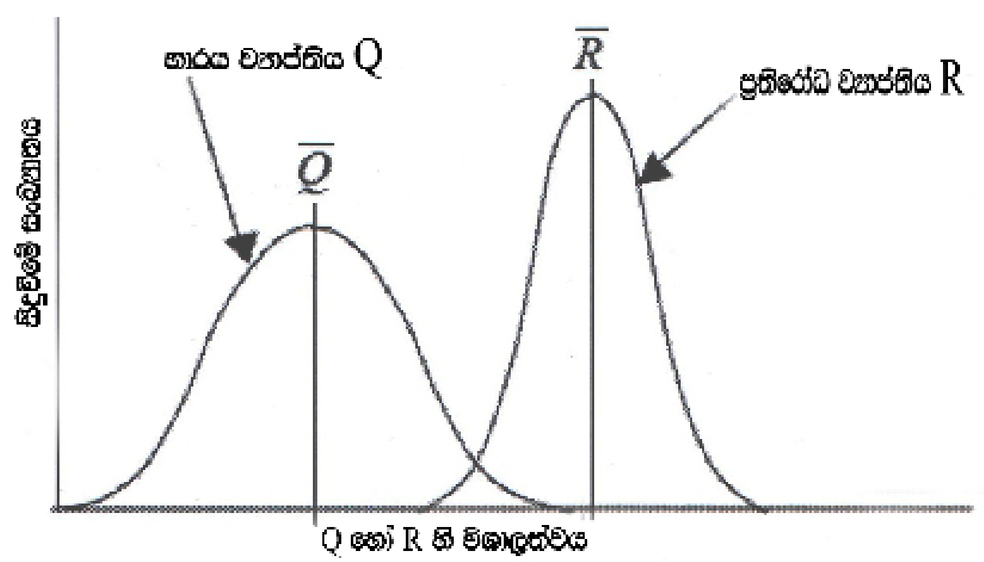
සංඛ්‍යානය

සංඛ්‍යානය මගින් උගන්වන අනෙකුත් දේ අතරට කාර්ය සතුව පවතිනුයේ අගය පමණක් නොව මධ්‍යනයක් වටා එම අගයයන් හී ව්‍යාප්තියක් සිදුවන බවද අපට උගන්වයි. එය අවිනිශ්චිත තාවයෙහි එක් අංශයක් වන සසම්භාවිකයේ මතියක් හසුකරගනී. ඉංජිනේරු විද්‍යාව සිදුවන්නේ සසැක ලෝකයක බැවින් සසැකබවේ ගණිතය ඉංජිනේරු කාර්යයන්හීදී විශාල වශයෙන් ප්‍රයෝජනවත් වෙයි. 5වන රූපය මගින් හැටුම් මූලාවයවයන්ගේ ප්‍රතිරෝධය (R) මත භාරයක් (Q) ඇති කරන, මධ්‍යනාය (m) සහ සම්මත අපගමනය ගතිලක්ෂ කරගත් සාමාන්‍ය ව්‍යාප්ති දෙකක් දක්වයි. මෙම වක්‍රවල ස්වභාවය නම් ඒවායේ කෙළවර ස්පර්ශෝන්මුඛ වන්නේ තිරස් අක්ෂයට පමණක් වීමය. බොහෝවිට මෙයට පෙර සඳහන් කළ භාරය වැනි භාරයක් හෝ පහළ ප්‍රතිරෝධයක් හෝ තිබීමටද පුළුවන. කෙසේ නමුත් හැටුම් පිරිමැවුම ආර්ථික වශයෙන් ඵලදායී විය යුතු බැවින් හැකි ඉහළම භාරය හැකි අඩුම ප්‍රතිරෝධයට වඩා අඩුවන, හැකි ඉහළම භාරය යොදා මූලාවයවයක් පිරිමැවුම් කිරීම කළ නොහැකිය. එහෙයින් ඉඩිදිය හැකි විකලවීමේ සම්භාවිතාවක් මගින් පාලනයවන යම් අතිච්ඡාදනයන්ට අප ඉඩ සලසන්නෙමු. 5 වන රූප සටහනෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි සම්භාවිත ඝනත්ව ශ්‍රිත භාවිත කරමින් මෙම ආගණන සඳහා සංඛ්‍යාත භාවිත කළ හැකිය. හැටුම් පිරිමැවුමේදී විකලවීමේ සම්භාවිතය 1ට 106 ක ගණයක පවතියි.

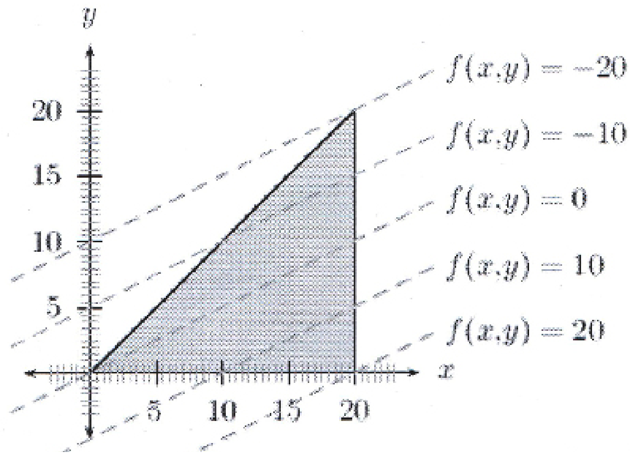
තත්ව පාලනයේදීද සංඛ්‍යාලේඛන ඉතා වැදගත්ය. විශේෂයෙන්ම එය ඕනෑම ආකාරයක නිෂ්පාදන ඉංජිනේරු විද්‍යාවේදී බොහෝ වැදගත්ය. එමගින් අපට පරීක්ෂණ කළ යුතු නිරීක්ෂණය මෙන්ම කිසියම් අසාමාන්‍ය පරීක්ෂණ ප්‍රතිඵලයක් ලද විට එය සහනසීමාව තුළ පවතීද හෝ නැතිනම් ඉන් පිටත පවතීද යන්නද පෙන්වා දෙයි. කිසියම් ජනගහනයක ඉතා සීමිත නියැදි තුළින් ලබා ගත් ප්‍රතිඵල දත්ත මගින් සමස්ත ජනගහනයට ගැළපෙන තීරණවලට එළඹීමට අපට මඟ පෙන්වීමටද සංඛ්‍යානයට පුළුවන.

පිරිමැවුම

ඉංජිනේරු විද්‍යාවට ඉතා වැදගත් වන පිරිමැවුම පිළිබඳව මෙයට ඉහතදී අප යම් සඳහනක් කර ඇත. පිරිමැවුම යනු සංඛ්‍යාලේඛී ව්‍යායාමයකි. ඉන් අදහස් කරනුයේ ලබා දුන් යම් අවශ්‍යතාව ගැළපෙන ලෙස යමක් නිර්මාණය කිරීමට අප උත්සහ දැරීමය. සංස්ලේෂණය යනු, දැනුමක් සහිත කාර්ය විමසා බැලෙන විශ්ලේෂණය යන්නෙහි විරුද්ධ අර්ථය ගෙන දෙන්නක් ලෙස සිතිය හැකිය. හැටුම් මූලාවයවයන්ගේ භාරය සහ ප්‍රතිරෝධය පිළිබඳව පෙර දැක්වූ උදාහරණය තවදුරටත් සලකා බැලුවහොත්, මූලාවයමය මත බලපැවැත්වෙන භාරය සහ එහි ප්‍රතිරෝධයට දායක වන ගුණාංග ලබාදුනහොත් විශ්ලේෂණයේ කාර්යභාරය වනුයේ මූලාවයවයෙහි ප්‍රත්‍යාබල හෝ උත්ක්‍රම හෝ සොයාබැලීමය. අනෙක් අතට සංස්ලේෂණ කාර්යභාරය වනුයේ යම් ප්‍රත්‍යාබල සහ උත්ක්‍රම සීමා ඉක්මවා නොයන සේ භාරයක් ඉසිලීමට හැකි මූලාවයවයෙහි ගුණාංග (උදාඃ ද්‍රව්‍යවර්ගය, හරස්කඩෙහි මාන ආදී) යෝජනා කිරීමයි. මෙය සමහර



5 වන රූපය : භාරය මත ප්‍රතිරෝධය සඳහා සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිත.



6 වන රූපය : ඒකජ සංරෝධකයන්ට යටත් ඒකජ ශ්‍රිත නියෝජනය.

අවස්ථාවලදී ''ප්‍රතිලෝම ගැටළුව'' ලෙසද හැඳින්වෙන ඉතා බරපතළ ගැටළුවකි. මෙවැනි ප්‍රතිලෝම ගැටළු සඳහා අනන්‍ය විසඳුම් නොමැත (විශ්ලේෂණ ගැටළුමෙන් නොව). මෙතැනදී ඒ විසඳුමකට වඩා වැඩි සංඛ්‍යාවක සාධ්‍ය විසඳුම් තිබිය හැකිය. එහෙයින් පිරිමැවුම් ''සෙවුම'' ලෙස හැඳින්වෙන පුළුල් ක්‍රියාකාරකමක කොටසක් වශයෙන් සැලකිය හැකිය. එනම්, හොඳම විසඳුම සොයායාමයි. තවත් සෙවුම් වර්ගයක ගැටළු වන්නේ ප්‍රශස්තකරණ ගැටළුවයි. අප අවම පිරිවැය හෝ අවම බරින් යුත් හෝ පිරිවැටුම් සොයා යන නිසා මෙවැනි ගැටළු අවමකරණ ගැටළු ලෙස බොහෝවිට සලකනු ලබයි. එවැනි ගැටළු සඳහා වන විසඳුම් පෙර නම් කළ පරාමිතිවන (හෝ විචල්‍ය) සංයුක්තයක සංරෝධකයන්ට සීමාවීමට හේතුවෙයි. 6 වන රූපය ඒකජ ශ්‍රිතයක් f(x,y) නියෝජනය කරයි. එය ඒකජ සංරෝධකයන්ට යටත්ව අවම කළ යුතුය. 6 වන රූපයෙහි පැහැගැන්වූ පෙදෙස සංරෝධක මගින් ඉඩ ලබාදී ඇති කලාපය ලෙසද ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රායෝගික කලාපයේ එක් ශිරස්කයක් මගින් ශ්‍රිතයේ අවම අගය ලෙසද දක්වයි.

ව්‍යවහාරය

ඉංජිනේරු විද්‍යාව සඳහා ගණිතය පැහැදිලි ලෙසම කේන්ද්‍රීය වුවද එය ඉංජිනේරුවරුන් විසින් භාවිත කරන මෙවලම් බොහෝ ගණනක් අතරින් එකක් පමණය. තවදුරටත් සඳහන් කළහොත් ඉංජිනේරුවරයෙකු ගණිතය න්‍යායාත්මක ආකාරයට වඩා බොහෝ ප්‍රායෝගික ආකාරයෙන් භාවිතකරයි. එක කුඩා කාමරයක් තුළ සිටින්නට සැලැස්වූ ඉංජිනේරුවරයෙකු හා ගණිතඥයෙකු පිළිබඳ රස කතාවක් මෙසේය. මෙම කාමරයේ එක් කෙළවරක ගණිතඥයෙකුට සහ ඉංජිනේරුවරයාට සිටින්නට සැලැස්වූ අතර අනෙක් කෙළවරෙහි කේක් ගෙඩියක් තබා තිබියදී කාමරය හරහා ගොස් කේක් ගෙඩිය ලබාගන්නා ලෙස ඔවුන්ට පැවසූයේ කොන්දේසියක් පනවමිනි. එම කොන්දේසිය නම් කාමරය හරහා යාමට මුල් අඩිය තැබූ පසු, දෙවන අඩිය තැබිය හැකිවන්නේ මුල් අඩිය තැබූ දුරින්, අඩකට පමණක් වශයෙනි. තෙවන අඩිය, දෙවන අඩිය තැබූ දුරින් භාගයකටද ආදී වශයෙන් ඉදිරි අඩි තැබීම කළ යුතුවෙයි. කොන්දේසිය සලකා සිතා බැලූ ගණිතඥයා මෙය නම් කිසිසේත්ම නොකළ හැක්කක් (න්‍යායාත්මකව) බව සොයාගත්තේය. එහෙත් ඉංජිනේරුවරයා අඩි කිහිපයක් තබමින් කේක් ගෙඩියට ළඟාවී එය හිමිකර ගත්තේ, සියලු ප්‍රායෝගික කාර්ය සඳහා සමීප බව (කුඩා කාමරයක් නිසා) පවසමිනි. ප්‍රායෝගික විසඳුමකට ළඟාවීම සඳහා ඉංජිනේරුවෝ නැණවත් ලෙස සන්නිකර්ෂණය භාවිත කරති.

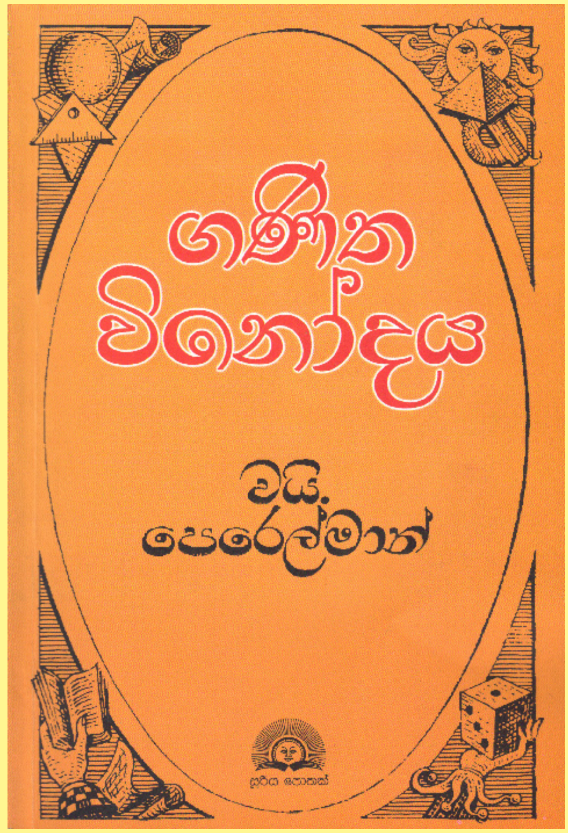
ඉංජිනේරුවිද්‍යාවේදී ''පරමාදර්ශීකරණය'' ලෙස හැඳින්වෙන දෙය තුළින් සන්නිකර්ෂණ අවශ්‍යතාවය මතුවෙයි. තාත්වික ලෝකය තුළදී ඉංජිනේරුවරු වස්තු සහ පද්ධති ක්‍රම විශාල සංඛ්‍යාවක් සමඟ කටයුතු කරති. ඒවා අහස සිඹින යෝධ ගොඩනැගිලි සහ අභ්‍යාවකාශ යානා ආදියේ සිට අපට විදුලිය ගෙන එන රැහැන් ජාලවල සිට මෙන්ම ජංගම දුරකථන සහ ඩිජිටල් කැමරා තෙක් ආදී වශයෙන් වන පරාසයකට පැතිරෙයි. යමක්, දෙවරක් ගොඩ නගන එකම සත්වයා මිනිසා යයි පැවසෙයි. හේ පළමු වශයෙන් සිය හිස තුළ යමක් ඉදිකරයි. මෙය එදිනෙදා ලෝකය තුළදී සැලසුම් කිරීම ලෙස හැඳින්වෙයි. මෙම අදියරේදී අවසන් නිෂ්පාදනය කෙරෙහි බලපෑ හැකි සියළු කරුණු හිස තුළදී සිතා බලමින් ඒවාට විසඳුම්ද සපයා ගනියි. තාත්වික ලෝකය තුළදී අදාළ වස්තුව හෝ පද්ධතිය නිර්මාණය කරනුයේ එයින් පසුවය. ඉංජිනේරුවරුන්ගේ ''සැලසුම්කිරීම'' බොහෝවිට හැඳින්වෙන්නේ ''පිරිමැවුම'' ලෙසය. එයට ''අනුරූ සැකසීම'' ලෙසද පැවසෙයි. එවැනි අනුරූ තැනීමේදී ගණිතය ඉතා ප්‍රමුඛ කාර්යභාරයක් ඉටුකරයි. මෙවැනි අනුරූ වර්තමානයේදී සැමවිටම පාහේ සැලසෙන්නේ පරිගණක ආධාරයෙනි. කෙසේවෙතත්, අනුරූ තැනීමේදී තාත්වික ලෝකයේ වස්තු හා ගැටළුවල සියළු අංශ ගණිතමය වශයෙන් නියෝජනය කිරීම අපහසුය. එහෙයින් සන්නිකර්ෂණය තිබීම අවශ්‍ය වෙයි. පරමාදර්ශීකරණය ලෙස හැඳින්වෙන්නේ එයය. පරෙස්සම පැත්තෙන් වැරදිකරණයක් පරමාදර්ශීකරණයේදී සිදුවන බැවින් ඉංජිනේරුවරු එය අනුරූ සංස්පීතික ලෙස සලකති. ඉංජිනේරුවරුන්ට ආරක්ෂාව තරමටම නිරවද්‍යතාවය වැදගත් නොවේ. වඩා නිවැරදි එහෙත් ආරක්ෂාව අඩු මට්ටමක අනුරුවකට වඩා යම්තාක් දුරට නිවැරදි නොවන එහෙත් ආරක්ෂාව අතින් ඉහළ අනුරුවක් තැනීම වඩා යහපත්ය. තම ගණිතමය අනුරූ පිළිබඳ ඉංජිනේරුවරුන්ට ගැනීමට ඇති තීරණ අතරින් කිහිපයක් එලෙස දැක්විය හැකිය.

අවසානය

ගණිතය යනු ඉංජිනේරු විද්‍යාවේ එක් අංගයක් පමණය. පිරිමැවුම් සඳහා වන එකම විද්‍යාව ගණිතමය

අනුරූ පමණක්ම නොවේ. එයට එක් හේතුවක් නම් ඉංජිනේරු විද්‍යාවේදී ගණිතය භාවිත කිරීමට බොහෝ කලකට පෙර සිට ඉංජිනේරුමය මානවකෘති (ආර්ටිෆැක්ට්ස්) පිරිමැවුම් කර තැනීම් සිදුකරනු ලැබ තිබීමය. ඊජිප්තුවේ පිරමීඩ, රෝමයේ පාලම්, සහ ශ්‍රී ලංකාවේ වාරිමාර්ග පද්ධති මේ සඳහා වන උදාහරණ කිහිපයකි. ව්‍යවහාර තුළින් ගොඩනැගී ඇති මෙම දැනුම් සම්භාරය බොහෝවිට ''අගුලු නියම'' ලෙස සංකේත ගත කර ඇත. එහෙයින් ඉංජිනේරුවරු සමහර අවස්ථාවලදී මෙවැනි අගුලු නියම මූලික පිරිමැවුම් ලෙස යොදාගෙන පසුව ගණිතමය මෙවලම් භාවිත කර ඒවා වඩා යහපත් බවට පත්කර ගනිති. තවත් හේතුවක් වන්නේ පිරිමැවුමේ ප්‍රමාණ කළ නොහැකි සහ බොහෝ වැදගත් අංශ පැවතිය හැකි වීමය. උදාහරණයක් ලෙස අධිවේගය සලසන සහ ගමන් කාලය අඩුකිරීම සාක්ෂාත් කරගැනීමට මහාමාර්ග ලකුණු කිරීම යළි පිරිමැවුම් කිරීමට ගණිතමය මෙවලම් භාවිත කිරීමේ හැකියාවක් ඇත. කෙසේ නමුත් මග දෙපස තිබෙන කුඩා වෙළඳසැල් යළි ස්ථාපනය කිරීම කළ නොහැකිය. එසේම යෝජිත අධි වේග හැර දෙපස මගී මාර්ග භාවිත කරන පයින් ගමන් කරන අයට-පදිකයන්ට අනාරක්ෂිත විය හැකිය. ''ගණින් කළ හැකි සෑම දෙයක්ම ගණින් නොකරන අතරම ගණින් කරන සෑම දෙයක්ම ගණින් කළ නොහැකියයි'' අයින්ස්ටයින් පවසන්නට ඇත්තේ එහෙයිනි. මෙආකාරයෙන් සිතීම ''ප්‍රත්‍යවේක්ෂණ ව්‍යවහාර'' හෝ ''පද්ධති සිතීම'' ලෙස සැලකෙයි. සියළු වෘත්තිකයන් එය අනුගමනය කළ යුතු යැයි විශ්වාසය කෙරේ. ගණිතමය අනුරුවක් මගින් නියෝජනය කළ නොහැකි ගැටළු වන කවර අංශයක් හෝ ''වරණීය අනවධානය'' යොමුකිරීමට බොහෝවිට පෙළඹෙන ඉංජිනේරුවරුන්ට මෙම කරුණ ඉතා වැදගත්ය.

මොරටුව විශ්වවිද්‍යාලයේ
සිවිල් ඉංජිනේරු විද්‍යා
දෙපාර්තුමේන්තුවේ
මහාචාර්ය ප්‍රියාන් ඩයස්



ගණිත විනෝදයෙන් බිඳක්....

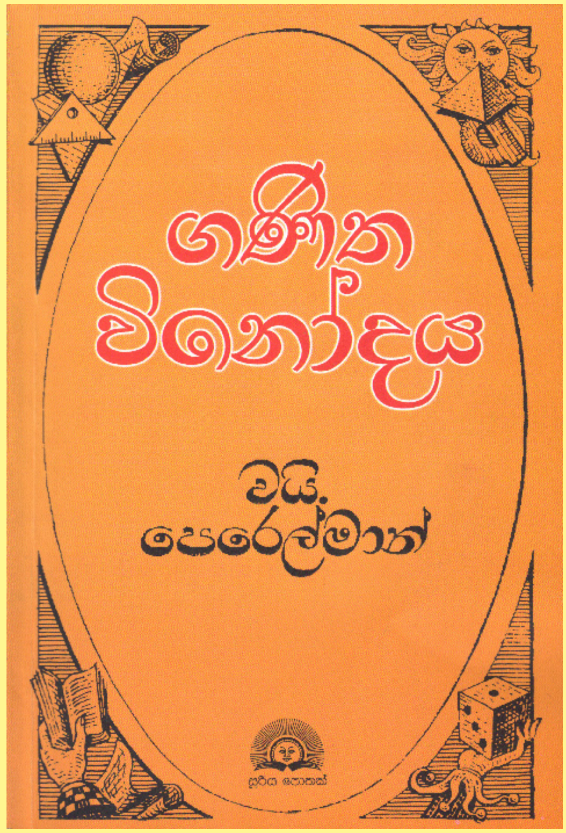
යාකොව් ඉසිදොරෝවිච් පෙරෙල්මාන් විසින් රචිත ''Mathematics can be fun'' නමැති ග්‍රන්ථයෙහි සිංහල පරිවර්තනය මෑත අතීතයේදී අප රට තුළ ද ජනප්‍රිය වූ ග්‍රන්ථයකි. පෙරෙල්මාන් රචනා කළ ග්‍රන්ථය රුසියානු බසින් පළවූවකි. එහි ඉංග්‍රීසි පරිවර්තනය සිදු කර තිබෙන්නේ ජී.ඉවානොව් මුම්ජිව් විසිනි. රුසියාවේ මොස්කව් නුවර මීර් (Mir) ප්‍රකාශකයින් විසින් මෙම ඉංග්‍රීසි පරිවර්තනය ප්‍රකාශනය කොට තිබේ. වයි.අයි.පෙරෙල්මාන් උපත ලැබුවේ වර්ෂ 1882 දී පෝලන්තයේදීය (එකල Byelostok). විශිෂ්ට ගණයේ අධ්‍යාපනඥයෙකු වූ පෙරෙල්මාන්ගේ මුල්ම කෘතිය වූයේ ''Physics for Entertainment'' යන්නයි. වර්ෂ 1913 දී මුද්‍රණය කරන ලද එම ග්‍රන්ථය පාඨකයින් අතර අතිශයින් ජනප්‍රිය වූ අතර එයින් දිරිමත් වූ පෙරෙල්මාන් ඉන් අනතුරුව ''Arithmatic for Entertainment, Mechanics for Entertainment, Geometry for Entertainment, Astronomy for Entertainment, Figures for fun, Physics Everywhere සහ Tricks and Amusements '' නමැති ග්‍රන්ථ රාශියක් රුසියන් බසින් රචනා කළේය. සරල සුගම බසින් ලියැවුණු මෙම ග්‍රන්ථ අතිශයින් රසවත් මෙන්ම උපදේශාත්මකද විය. මෙම ග්‍රන්ථවලට අමතරව පෙරෙල්මාන් විසින් ''Interplanetory Journeys; On a Rocket to Stars,World Expenses'' යනාදී ග්‍රන්ථ ද රචනා කරන ලදී.

ජාතික විද්‍යා පදනම මගින් තම වියදමින් එහි ප්‍රකාශකයින් වන ''සූරිය ප්‍රකාශකයින්'' සමග එක්ව ''ගණිත විනෝදය'' ග්‍රන්ථයෙහි පිටපත් 5000ක් නැවත මුද්‍රණය කරන ලදී. පාසල් ළමුන් තුළ ගණිත විෂය කෙරෙහි අභිරුචියක් ඇති කරලීමේ අරමුණ පෙරදැරි කොටගෙන මුද්‍රණය කෙරුණු මෙම පිටපත් අඩු පහසුකම් සහිත පාසල් (මුළු ගණන 2713ක්) අතර නොමිලේ බෙදාහැරීමට නියමිතය. එහි සමාරම්භය 2014 අප්‍රේල් මස 30 වන දින ජාතික විද්‍යා පදනමෙහිදී සනිටුහන් කෙරුණු අතර කොළඹ දිස්ත්‍රික්කයේ එවැනි පාසල් කිහිපයකට මෙම ග්‍රන්ථය ලබාදීම එහිදී සිදු කෙරුණි. අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශයෙහි ගණිත අංශයේ අධ්‍යක්ෂගේ සහයෝගය ඇතිව පළාත් අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂවරු මාර්ගයෙන් අඩු පහසුකම් සහිත පාසල් අතර මෙම ග්‍රන්ථය බෙදා හැරීමේ කටයුතු සිදු කෙරෙමින් පවතී.

''ගණිත විනෝදය'', පරිච්ඡේද 11කින් සමන්විත වූ ග්‍රන්ථයකි. එයින් බිඳක් විදුරාව සඟරාවෙහි මෙම කලාපයේ පළ කෙරෙන අතර සම්පූර්ණ ග්‍රන්ථ යම කොටසින් කොටස අඛණ්ඩව ඉදිරි කලාපවල පළ කිරීමට තීරණය කොට තිබේ. එය, විදුරාව කියවන සිසු දරු දැරියන්ට මෙන්ම ගුරුභවතුන්හටද ප්‍රයෝජනවත් වනු ඇති බව අපගේ හැඟීමයි.

අනුරූ පමණක්ම නොවේ. එයට එක් හේතුවක් නම් ඉංජිනේරු විද්‍යාවේදී ගණිතය භාවිත කිරීමට බොහෝ කලකට පෙර සිට ඉංජිනේරුමය මානවකෘති (ආර්ටිෆැක්ට්ස්) පිරිමැවුම් කර තැනීම් සිදුකරනු ලැබ තිබීමය. ඊජිප්තුවේ පිරමීඩ, රෝමයේ පාලම්, සහ ශ්‍රී ලංකාවේ වාරිමාර්ග පද්ධති මේ සඳහා වන උදාහරණ කිහිපයකි. ව්‍යවහාර තුළින් ගොඩනැගී ඇති මෙම දැනුම් සම්භාරය බොහෝවිට ''අගුලු නියම'' ලෙස සංකේත ගත කර ඇත. එහෙයින් ඉංජිනේරුවරු සමහර අවස්ථාවලදී මෙවැනි අගුලු නියම මූලික පිරිමැවුම් ලෙස යොදාගෙන පසුව ගණිතමය මෙවලම් භාවිත කර ඒවා වඩා යහපත් බවට පත්කර ගනිති. තවත් හේතුවක් වන්නේ පිරිමැවුමේ ප්‍රමාණ කළ නොහැකි සහ බොහෝ වැදගත් අංශ පැවතිය හැකි වීමය. උදාහරණයක් ලෙස අධිවේගය සලසන සහ ගමන් කාලය අඩුකිරීම සාක්ෂාත් කරගැනීමට මහාමාර්ග ලකුණු කිරීම යළි පිරිමැවුම් කිරීමට ගණිතමය මෙවලම් භාවිත කිරීමේ හැකියාවක් ඇත. කෙසේ නමුත් මග දෙපස තිබෙන කුඩා වෙළඳසැල් යළි ස්ථාපනය කිරීම කළ නොහැකිය. එසේම යෝජිත අධි වේග හැර දෙපස මගී මාර්ග භාවිත කරන පයින් ගමන් කරන අයට-පදිකයන්ට අනාරක්ෂිත විය හැකිය. ''ගණන් කළ හැකි සෑම දෙයක්ම ගණන් නොකරන අතරම ගණන් කරන සෑම දෙයක්ම ගණන් කළ නොහැකියයි'' අයින්ස්ටයින් පවසන්නට ඇත්තේ එහෙයිනි. මෙආකාරයෙන් සිතීම ''ප්‍රත්‍යවේක්ෂණ ව්‍යවහාර'' හෝ ''පද්ධති සිතීම'' ලෙස සැලකෙයි. සියළු වෘත්තිකයන් එය අනුගමනය කළ යුතු යැයි විශ්වාසය කෙරේ. ගණිතමය අනුරුවක් මගින් නියෝජනය කළ නොහැකි ගැටළු වන කවර අංශයක් හෝ ''වරණීය අනවධානය'' යොමුකිරීමට බොහෝවිට පෙළඹෙන ඉංජිනේරුවරුන්ට මෙම කරුණ ඉතා වැදගත්ය.

මොරටුව විශ්වවිද්‍යාලයේ
සිවිල් ඉංජිනේරු විද්‍යා
දෙපාර්තුමේන්තුවේ
මහාචාර්ය ප්‍රියාන් ඩයස්



ගණිත විනෝදයෙන් බිඳක්....

යාකොව් ඉසිදොරෝවිච් පෙරෙල්මාන් විසින් රචිත ''Mathematics can be fun'' නමැති ග්‍රන්ථයෙහි සිංහල පරිවර්තනය මෑත අතීතයේදී අප රට තුළ ද ජනප්‍රිය වූ ග්‍රන්ථයකි. පෙරෙල්මාන් රචනා කළ ග්‍රන්ථය රුසියානු බසින් පළවූවකි. එහි ඉංග්‍රීසි පරිවර්තනය සිදු කර තිබෙන්නේ ජී.ඉවානොව් මුම්ජිව් විසිනි. රුසියාවේ මොස්කව් නුවර මීර් (Mir) ප්‍රකාශකයින් විසින් මෙම ඉංග්‍රීසි පරිවර්තනය ප්‍රකාශනය කොට තිබේ. වයි.අයි.පෙරෙල්මාන් උපත ලැබුවේ වර්ෂ 1882 දී පෝලන්තයේදීය (එකල Byelostok). විශිෂ්ට ගණයේ අධ්‍යාපනඥයෙකු වූ පෙරෙල්මාන්ගේ මුල්ම කෘතිය වූයේ ''Physics for Entertainment'' යන්නයි. වර්ෂ 1913 දී මුද්‍රණය කරන ලද එම ග්‍රන්ථය පාඨකයින් අතර අතිශයින් ජනප්‍රිය වූ අතර එයින් දිරිමත් වූ පෙරෙල්මාන් ඉන් අනතුරුව ''Arithmatic for Entertainment, Mechanics for Entertainment, Geometry for Entertainment, Astronomy for Entertainment, Figures for fun, Physics Everywhere සහ Tricks and Amusements '' නමැති ග්‍රන්ථ රාශියක් රුසියන් බසින් රචනා කළේය. සරල සුගම බසින් ලියැවුණු මෙම ග්‍රන්ථ අතිශයින් රසවත් මෙන්ම උපදේශාත්මකද විය. මෙම ග්‍රන්ථවලට අමතරව පෙරෙල්මාන් විසින් ''Interplanetory Journeys; On a Rocket to Stars,World Expenses'' යනාදී ග්‍රන්ථ ද රචනා කරන ලදී.

ජාතික විද්‍යා පදනම මගින් තම වියදමින් එහි ප්‍රකාශකයින් වන ''සූරිය ප්‍රකාශකයින්'' සමග එක්ව ''ගණිත විනෝදය'' ග්‍රන්ථයෙහි පිටපත් 5000ක් නැවත මුද්‍රණය කරන ලදී. පාසල් ළමුන් තුළ ගණිත විෂය කෙරෙහි අභිරුචියක් ඇති කරලීමේ අරමුණ පෙරදැරි කොටගෙන මුද්‍රණය කෙරුණු මෙම පිටපත් අඩු පහසුකම් සහිත පාසල් (මුළු ගණන 2713ක්) අතර නොමිලේ බෙදාහැරීමට නියමිතය. එහි සමාරම්භය 2014 අප්‍රේල් මස 30 වන දින ජාතික විද්‍යා පදනමෙහිදී සනිටුහන් කෙරුණු අතර කොළඹ දිස්ත්‍රික්කයේ එවැනි පාසල් කිහිපයකට මෙම ග්‍රන්ථය ලබාදීම එහිදී සිදු කෙරුණි. අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශයෙහි ගණිත අංශයේ අධ්‍යක්ෂගේ සහයෝගය ඇතිව පළාත් අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂවරු මාර්ගයෙන් අඩු පහසුකම් සහිත පාසල් අතර මෙම ග්‍රන්ථය බෙදා හැරීමේ කටයුතු සිදු කෙරෙමින් පවතී.

''ගණිත විනෝදය'', පරිච්ඡේද 11කින් සමන්විත වූ ග්‍රන්ථයකි. එයින් බිඳක් විදුරාව සඟරාවෙහි මෙම කලාපයේ පළ කෙරෙන අතර සම්පූර්ණ ග්‍රන්ථ යම කොටසින් කොටස අඛණ්ඩව ඉදිරි කලාපවල පළ කිරීමට තීරණය කොට තිබේ. එය, විදුරාව කියවන සිසු දරු දැරියන්ට මෙන්ම ගුරුභවතුන්හටද ප්‍රයෝජනවත් වනු ඇති බව අපගේ හැඟීමයි.

ගණිත විනෝදය - සංඥාපනය....

මෙම පොත කියවීම සඳහා අංක ගණිතය හා මූලික ජ්‍යාමිතිය ඇතුළුව ගණිතය පිළිබඳ සුළු අවබෝධයක් පමණක් පාඨකයාට තිබීම සෑහේ. මෙහි එන ගැටළු සුළු සංඛ්‍යාවක් පමණක් විසදීමේදී මූලික ගණිතමය සමීකරණ පිළියෙළ කිරීමට හා ඒවා විසඳීමට සිදුවේ. ඒ කෙසේ වෙතත් මෙම පොත මිශ්‍ර ප්‍රහේලිකා හා ගණිතමය ක්‍රීඩාවේ පැටළිලි සහගත සූත්‍රවල සිට, ගැණිමේ හා මිණීමේ ව්‍යවහාරික එමෙන්ම ප්‍රයෝජනවත් ක්‍රම දක්වා වූ විවිධ ආකාරයේ ගැටළුවලින් සමන්විතය.

1 පරිච්ඡේදය - තුන්තේරවිලි සමග උදේ ආහාරය

1. පිට්ටනිය මැද ලේනා

''අද උදේ මම ලේනෙක් එක්ක හැංගිමුත්තන් සෙල්ලම් කළා'' විවේකාගාරයේ උදේ තේ පානය සඳහා වාඩි වූ විවේකාලාභීන්ගෙන් එකෙක් පැවසීය. ''මේ ළඟ කැලේ තියෙන රවුම් එළිමහන් පිට්ටනිය දන්නවද? ඒ පිට්ටනිය මැද එකම ගහයි තියෙන්නේ. ලේනා හැංගුනේ ඒ ගහ පිටිපස්සේ. කැලේ සිට පිට්ටනියට එනකොටම මම දැක්කා ලේනා ගහේ කඳ පිටිපස්සේ සිට උගේ දිලිසෙන ඇස්දෙකෙන් මා දිහා බලාගෙ න ඉන්නවා. මම දැක්කේ උගේ මුහුණ විතරයි. ලේනා හොඳ හැටි බලාගන්න මම ඌට කිට්ටු නොවී පිට්ටනිය අයින දිගේ ගහ වටේට ගියා. හතර වතාවක්ම මම ගහ වටේ ගියා. මම දැක්කේ ලේනාගේ මුහුණ විතරයි. කොහොමටත් මට ලේනා වටේ යන්ට බැරි වුණා.''
''එහෙත් ඔබ කීවා නේද ගහ වටේ හතර වතාවක් ගියා කියලා'' තේ මේසයට වාඩිවී සිටි එකෙක් විරුද්ධත්වය ප්‍රකාශ කළේය.
''ගහ වටේ මිස ලේනා වටේ නොවෙයි''
''ලේනා හිටියේ ඒ ගහේ?''
''ඉතින්?''
''ඒ කියන්නේ ඔබ ලේනා වටෙත් කැරැකුණා.''
''හොඳයි කැරකුණා, ලේනාගේ පිට එකවතාවක්වත් දැක්කේ නැහැ.''
''පිට මොනවටද? ලේනා හිටියේ මැද. ඔබ වටේට කැරැකුණා. ඒ කියන්නේ ඔබ ලේනා වටෙත් කැරැකුණා.''
''කොහොමටත් එහෙම නොවෙයි. මම ඔබ වටේ යනවා කියලා හිතන්න. ඔබත් හැම වේලාවෙම මට මූණ පා ඉන්නවා. ඔබේ පිට මට පෙනෙන්නේ නැහැ. ඔබ හිතන්නේ මම ඔබ වටේ කැරැකුණා කියලද?''
''ඇත්ත වශයෙන්ම එහෙම තමා. වෙන කොහොමද?''
''එක වතාවක්වත් ඔබේ පිට පැත්තට යන්නේ නැති නම්, ඔබේ පිට දකින්නේ නැති නම්, මම ඔබේ වටේ කැරකෙනවාද?''
''පිටේ තේරුමක් නැහැ, ඔබ මා වටේ රවුමක් කරකැවිලා හිටපු තැනටම ආවා. ඒනිසයි ඔබ මා වටේ කරකැවුණා කියන්නේ. මගේ පිට දැකීම නොවෙයි.''
''ඒ කොහොමද? වස්තුවක් වටේ කැරකැවෙනවා කීමේ තේරුම කුමක්ද? මා හිතන හැටියට එයට එකම තේරුමයි දෙන්න පුළුවන්ඃ එනම් වස්තුව සැම දිසාවකින්ම බලාගත හැකි වන සේ අනුක්‍රමයෙන් එය වටා යෑමයි. සත්‍යය එය නෙවද මහාචාර්ය තුමා'' වාදකරන්නා තේ මේසයට වාඩි වී සිටි මහල්ලෙකුගෙන් විතාළේය.
''වාදය කෙරෙන්නේ ප්‍රධාන වශයෙන් වචන පිළිබඳවයි'' විද්‍යාඥයා පිළිතුරු දුන්නේය. ''මෙ වගේ අවස්ථාවලදී මුල සිටම පටන්ගත යුතුයිඃ අපි වචනවල අර්ථය ගැන එකඟත්වයකට පැමිණිය යුතුයි. ''වස්තුවක් වටේ චලනය''යන්නෙන් තේරුම්ගත හැක්කේ කුමක්ද? එහි අර්ථ දෙකක් තිබෙන්න පුළුවනි. පළමුවැන්න, වස්තුවක් අභ්‍යන්තරගතව ඇති බහිෂ්කාර රේඛාවක් දිගේ චලනය වීමයි. දෙවැන්න, වස්තුව සැම දිසාවකින්ම නිරීක්ෂණය කිරීමට හැකි වන පරිදි එයට සාපේක්ෂ ලෙස චලනය වීමය. පළමුවැනි තේරුම අනුව ඔබ හතර වතාවක්ම ලේනා වටේ ගිය බව පිළිගත යුතුයි. දෙවැනි තේරුම අනුව ඔබ එක වතාවක්වත් ලේනා වටේ නොගිය බව නිගමනය කළ හැකියි. දෙදෙනාම එකම භාෂාවක් කතා කරනවා නම්, වචන ඒකාකාරවම තේරුම් ගන්නවනම් වාද කිරීමට කිසිම හේතුවක් නැති බව දැන් පෙනෙනවා.''
''බොහොම හොඳයි. එය දෙවිධියකින් තේරුම්ගන්න පුළුවනි. එහෙත් නිවැරදි කොයි එකද?''
''ප්‍රශ්නය ඒ විදියට ගොඩනගන්න සිදුවන්නේ නැහැ. මොන දෙයක් ගැන වුවත් එකඟත්වයට ඒමට පුළුවනි. පොදු ලෙස පිළිගන්නා තේරුමක් සමග වඩාත් එකඟ කුමක්දැයි ඇසීම පමණක් යෝග්‍යයි. මම හිතන හැටියට වචනවල නියම අර්ථය සමග පළමුවැන්න වඩාත් එකඟ වෙනවා. හේතුව මේකයි. අප දන්නා පරිදි සූර්යයා දින 25කට, 26කට, පමණ වරක් තම අක්ෂය වටා සම්පූර්ණ වටයක් කැරකැවෙනවා.
''සූර්යයා කරකැවෙනවා?''
''ඇත්ත වශයෙන්ම, පෘථිවිය තම අක්ෂය වටා කරකැවෙන්නාක් මෙන්ම, අපි හිතමු සූර්යයා කරකැවෙන්නෙ හෙමින් කියලා, එනම් දින 25කට වරක් නොව දින 365 1/4 කට වරක් කියා. එසේ නම් සූර්යයාගේ එක පැත්තක් පමණයි පොළව දෙසට හැරිලා තිබෙන්නේ. එහි විරුද්ධ පැත්ත (පිට) අපට කවදාවත්ම දකින්න ලැබෙන්නේ නැහැ. ඒ හේතුව නිසා පෘථිවිය සූර්යයා වටේ කරකැවෙන්නේ නැත කියා සහතික කරන්න ඉදිරිපත් වන්නේ කවුද?''
''ඔව්, කාරණය දැන් මට තේරෙනවා. මම කොහොමටත් ලේනා වටේ කැරකුණා.''
''මට හොඳ අදහසක් ආවා. විසිර යන්න එපා'' වාදයට කන්දී සිටි අයගෙන් එකෙක් ඉල්ලා සිටියේය. ''වැස්සේ කවුරුවත් ඇවිදින්න නොයන නිසාත් වැස්ස ඉක්මනට

නවතින බවක් නොපෙනෙන නිසාත් අපි මේ වගේ ගැටළු විසඳමින් මෙහිම වෙලාව ගතකරමු. අපි පටන් අරගෙන තියෙනවා. හැම එක්කෙනාම මොකක් හරි ගැටළුවක් ඉදිරිපත් කරන්න ඕන. මහාචාර්ය තුමා අපේ උත්තරීතර විනිශ්චයකාර තුමා වශයෙන් ක්‍රියා කරනවා ඇති.''
''ඒ ගැටළු වීජගණිතමය හා ජ්‍යාමිතික ගැටළු නම් මම එයට සහභාගි වෙන්නේ නැහැ'' තරුණ කාන්තාවක් විරුද්ධත්වය පෑවාය.
''මමත් සහභාගි වෙන්නේ නැහැ'' තවකෙක් එයට සහයෝගය දැක්වීය.
''නැහැ, නැහැ. හැමදෙනාම සහභාගි විය යුතුයි. අපි රැස්වෙලා ඉන්න අයගෙන් ඉල්ලා සිටිමු වීජගණිතමය හා ජ්‍යාමිතික ගැටළු ඉදිරිපත් නොකරන ලෙස. කවුරුත් විරුද්ධ නැහැ නේද?''
''එහෙම නම් එකඟයි. පළමු ගැටළුව මම ඉදිරිපත් කරන්නම්.''
''බොහොම හොඳයි, පටන්ගන්න.'' සියළු දෙනම සතුට ප්‍රකාශ කළහ.

2. පාසල් අධ්‍යයන කව කාල සටහන

''අපේ පාසලේ යාන්ත්‍රික වැඩ, වඩුවැඩ, ඡායාරූප ගැනීම, චෙස් හා සංගීත ආදී අධ්‍යයන කව 5ක් තියෙනවා.'' පාසල් ශිෂ්‍යයෙක් කතාව ආරම්භ කළේය. ''යාන්ත්‍රික වැඩ කවය දින දෙකකට වරක්ද, වඩු වැඩ කවය දින තුනකට වරක්ද, ඡායාරූප කවය දින හතරකට වරක්ද, චෙස් කවය දින පහකට වරක්ද, සංගීත කවය දින හයකට වරක්ද පැවැත්වෙනවා. ජනවාරි 1 වැනිදා, කවයන් පහම පැවැත්වුවා. ඊට පසු කාල සටහනට අනුව නොකඩවාම කවයන්හි පුහුණුවීම් පැවැත්වුවා. ප්‍රශ්නය මෙකයි. අවුරුද්දේ පළමුවැනි මාස තුන ඇතුළතදී කී වතාවක් අධ්‍යයන කවයන් පහම එකම දිනයකදී පුහුණුවීම් පැවැත්තුවාද?''
''අවුරුද්ද අධික අවුරුද්දක්ද සාමාන්‍ය අවුරුද්දක්ද?''
''සාමාන්‍ය අවුරුද්දක්. එනම් පළමු මාස තුනේ දින 90 ක් ඇතුළත.''
''ඒ ගැටළුවට තවත් ගැටළුවක් එකතුකරන්න මට අවසර දෙන්න'' මහාචාර්ය තුමා ඉල්ලා සිටියේය. ''එම අවුරුද්දේම පළමු මාස 3 ඇතුළත එකම අධ්‍යයන කවයක්වත් පුහුණුවීම් නොපවැත්වූ දින කීයක් තියෙනවද?''
''හා හා, අපට තේරෙනවා'' හඬක් ඇසිණි. ''ඒ අපිව පටලවන්න අහපු ප්‍රශ්නයක්. කවයන් පහ එකම දිනයේ පුහුණුවීම් පවත්වන එකම දවසක්වත්, එකම කවයක්වත් පුහුණුවීම් නොපවත්වන එකම දවසක්වත් නැහැ. එය පැහැදිලියි.''
''ඒ ඇයි?'' සභාපති ප්‍රශ්න කළේය.
''විස්තර කරන්න මට බැහැ. එහෙත් මට හැඟෙනවා විසඳීම ඉදිරිපත් කළ අයම ඒ ප්‍රශ්නයෙන් පටලවන්න හදනවා වගේ.''
''එය පිළිතුරක් නොවෙයි. ඔබේ හැඟීම හරිද වැරැද්ද හවස දැනගත හැකියි. දැන් ඔබේ වාරයයි.''

3. වැඩියෙන් ගණන් කළේ කවුද?

''යහළුවෝ දෙදෙනෙක් එකතු වී පදික වේදිකාවේ පැයක් තුළ ගමන් කළ මගීන් ගණන් කළා. එකෙක් ගොඩනැගිල්ලක ගේට්ටුව අසල හිටගෙන සිටි අතර අනෙකා පදික වේදිකාවේ ඉහළට හා පහළට සක්මන් කරමින් සිටියා. වැඩියෙන් මගීන් ගණන් කළේ කවුද?''
''සක්මන් කරමින් වැඩිපුර ගණින්න පුළුවනි'' මේසයේ අනෙක් කොනින් පිළිතුරක් ඇසිණි.
''උත්තරය රාත්‍රි කෑම වේලාවේදී දැනගන්න. දැන් ඊළඟ තැනැත්තාගේ වාරය.''

4. සීයා සහ මුනුපුරා

''මම දැන් කියන දෙය සිදුවූයේ 1932 දී. ඒ අවුරුද්දේ මගේ වයස හරියටම මම උපන් අවුරුද්දේ අග ඉලක්කම් දෙක පෙන්නුම් කරන සංඛ්‍යාවට සමාන වුණා. මම ඒ අනුපාතිකය ගැන සීයාට කීවාම ඔහු මාව පුදුමයට පත්කරමින් ඔහුගේ වයසටත් එම අනුපාතිකයම ඇති බව කීවා. එය වියනොහැකි දෙයක් ලෙස මට පෙනුනා.''
''ඇත්තටම එය එහෙම වෙන්න බැහැ.'' කවුදෝ කීවේය.
''එය එහෙමයි. සීයා එය ඔප්පුකරලා පෙන්නුවා. අපි දෙන්නගේ වයස කීයද?''

5. දුම්රිය බලපත්‍ර

''මම දුම්රිය ගමන් ප්‍රවේශ පත්‍ර විකුණනවා.'' ඊළඟ ක්‍රීඩාවට සහභාගි වූ කාන්තාව තම ගැටළුව ඉදිරිපත් කිරීම ආරම්භ කළාය. ''බොහෝ දෙනෙක් හිතන්නේ එය ලෙහෙසි කාරියක් බවයි. කුඩා දුම්රිය ස්ථානයක සේවය කරන කෙනෙකුට වුවත් කොපමණ ප්‍රවේශ පත්‍ර විකිණීමට සිදුවේදැයි දන්නේ නැහැ. සෑම මගියෙකුටම එම දුම්රිය ස්ථානයේ සිට එම මාර්ග යේ තිබෙන තමන් කැමති ඕනෑම දුම්රිය ස්ථානයකට ප්‍රවේශපත්‍ර ලබාගැනීමට හැකියාවක් තිබිය යුතුයි. එපමණක් නොවෙයි දෙපැත්තටම. මම වැඩකරන්නේ දුම්රිය ස්ථාන 25 ක් ඇති දුම්රිය මාර්ගයක. ඔබ හිතන ලෙස එම දුම්රිය මාර්ගයේ සෑම දුම්රිය ස්ථානයක් සඳහාම එකිනෙකට වෙනස් ප්‍රවේශ පත්‍ර කොපමණ තිබිය යුතුද?''
''දැන් ඔබේ වාරය පයිලට් සහෝදරයා'' මූලාසනය දැනුම් දුන්නේය.

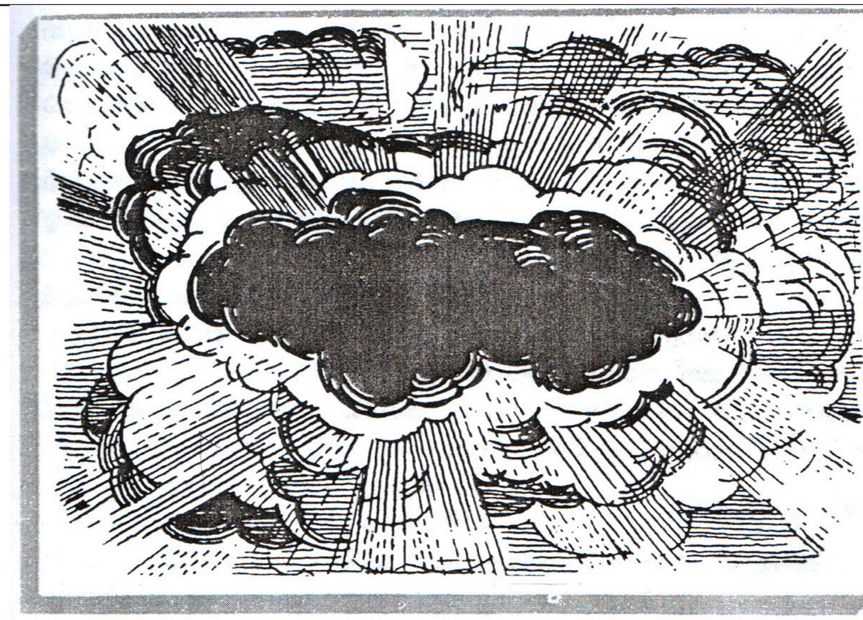
6. හෙලිකොප්ටරයේ ගමන

''ලෙනින්ග්‍රෑඩ්වල සිට කෙලින්ම උතුරු දිශාවට හෙලිකොප්ටරයක් ගියා. එම දිශාවට කිලෝමීටර් 500 ක් ගිය හෙලිකොප්ටරය නැගෙනහිර දිසාවට හැරුණා. නැගෙනහිර දිශාවටද කිලෝමීටර් 500 ක් ගිය එය දකුණු දිශාවට හැරී තවත් කිලෝමීටර් 500 ක් ගියා. හෙලිකොප්ටරය බස්නාහිර දිසාවට හැරී කිලෝමීටර් 500 ක් ගොස් බිමට බැස්සා. ප්‍රශ්නය මෙකයි. හෙලිකොප්ටරය බිමට බැස්ස ස්ථානය ලෙනින්ග්‍රෑඩ්වලට සාපේක්ෂ වශයෙන් පිහිටා ඇත්තේ උතුරු, නැගෙනහිර, දකුණු හා බස්නාහිර දිසාවලින් කුමණ දිසාවකද?''
''එය ලෙහෙසියෙන් විසඳිය හැකියි. පියවර 500 ක් පෙරට, පියවර 500 ක් දකුණට, පියවර 500 ක් ආපසු, නැවත පියවර 500 ක් වමට. කොතනටද එන්නේ? හිටපු තැනටම.'' එක් අයෙක්

කීවේය.
''ඉතින් ඔබ හිතන ලෙස හෙලිකොප්ටරය බිමට බැස්සේ කොතනටද?''
''හෙලිකොප්ටරය පිටත් වුණු ලෙනින්ග්‍රැඩ්වල ගුවන් තොටුපලටම. එහෙම නොවෙයිද?''
''ඇත්තටම එහෙම නොවෙයි.''
''එහෙනම් මට තේරෙන්නේ නැහැ.''
''ඇත්තටම මෙතන වෙන ප්‍රශ්නයක් තියෙනවා'' ඔහු ළඟ වාඩි වී සිටියෙක් කීවේය. ''ඇත්තටම හෙලිකොප්ටරය බැස්සේ ලෙනින්ග්‍රැඩ්වල නොවෙයිද? කරුණාකරලා නැවත වරක් විස්තර කරන්න.''
ගුවන් නියමුවා ඒ ඉල්ලීම ඉටුකළේය. ඔහුට සාවදානව කන්දී සිටියහු එය විසඳීමට නොහැක්කාක් මෙන් එකිනෙකා දෙස බලන්නට වූහ. ''හොඳයි රාත්‍රි කෑමට ඉස්සෙල්ලා විසඳන්න පුළුවන් වෙයි. දැන් අපි ඊළඟ ගැටළුවට බසිමු.

7. හෙවනැල්ල

''මට අවසරදෙන්න ඒ හෙලිකොප්ටරය ගැනම තවත් ගැටළුවක් ඉදිරිපත් කරන්න. වඩාත් දිග හෙලිකොප්ටරයද නැතිනම් එහි සම්පූර්ණ හෙවනැල්ලද?''
''ඒකද ගැටළුව?''
''ඔව්.''
සූර්ය කිරණ අවානක් වගේ විහිදී යන නිසා ''ඇත්තටම හෙවනැල්ල හෙලිකොප්ටරයට වඩා දිගයි.'' එක් වරම විසඳුමක් ඉදිරිපත් කෙරිණි. ''මම කියන්නේ එහි අනික් පැත්ත කියා.'' එකෙක් විරුද්ධ විය.
''සූර්යයාගේ ආලෝක කිරණ සමාන්තර නිසා හෙලිකොප්ටරය යි හෙවනැල්ලයි එක සමානයි.''
''ඒ කෙසේද? ඇත්තටම වළාකුලට වැසුණු සූර්යයාගෙන් ආලෝකය විහිදී යන හැටි ඔබ දැකලා නැද්ද? අපේ ඇස් ඉදිරිපිටම සූර්යාලෝකය විහිදිලා යන හැටි ඔප්පුවෙනවා. වළාකුලේ හෙවනැල්ල වලාකුළට වඩා විශාල වගේ හෙලිකොප්ටරයේ හෙවනැල්ලත් හෙලිකොප්ටරයට වඩා විශාල විය යුතුයි.''
''එසේ නම් තාරකා විද්‍යාඥයොත්,



චිත්‍රය 1 : වළාකුළු වැසුණු සූර්යයාගෙන් විහිදී යන ආලෝක කිරණ

නාවිකයොත් සූර්ය ආලෝක කිරණ සමාන්තර බව පිළිගන්නේ මක්නිසාද? හැම කෙනෙක්ම එහෙමයි හිතන්නේ..'' මූලාසනය ඔවුන්ට ඊට වඩා වාදකිරීමට ඉඩ නොදී ඊළඟ තැනැත්තාට තම ගැටළුව ඉදිරිපත් කිරීමට අවස්ථාව ලබා දුන්නේය.

8. ගිනිකූරු ගැටළුව

ඊළඟ තැනැත්තා ගිනිපෙට්ටියක් ගෙන එහි සියළුම ගිනිකූරු මේසය මත හෙලා ඒවා ගොඩවල් 3 කට ගොඩගැසීමට පටන් ගත්තේය. ''ගිනිමැලයක් ගහන්න සූදානම් වෙනවද?'' කවුදෝ විහිළු කළේය. ''ගිනිකූරුවලින් ගැටළුවක් ඉදිරිපත් කරනවා'' ඔහු කීවේය. ''මෙතැන ගිනිකූරු ගොඩවල් 3 ක් තියෙනවා. එහි ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව එකිනෙකට වෙනස්. ගොඩවල් 3නේම ඇති ගිනිකූරුවල එකතුව 48යි. එක් එක් ගොඩේ ගිනිකූරු කීය බැගින් තියෙනවද මම කියන්නේ නැහැ. එය විසඳීමට පහත දැක්වෙන කරුණු උදව් කරගන්න: මම පළමුවැනි ගොඩෙන් දෙවැනි ගොඩට එහි තිබෙන සංඛ්‍යාවට සමාන ගිනිකූරු සංඛ්‍යාවක් එකතු කරනවා. පසුව දෙවෙනි ගොඩෙන් තුන්වැනි ගොඩට එහි තිබෙන සංඛ්‍යාවට සමාන ගිනිකූරු සංඛ්‍යාවක් එකතු කරනවා. ඊට පසු තුන්වැනි ගොඩෙන් පළමුවැනි ගොඩට එහි ඉතිරිව ඇති සංඛ්‍යාවට සමාන ගිනිකූරු සංඛ්‍යාවක් එකතු කරනවා. මේ සියල්ලම කළ පසු ගොඩවල් තුනේම එකසමාන ගිනිකූරු සංඛ්‍යාවක් ඉතිරි වෙනවා. පටන්ගැනීමේදී එක් එක් ගොඩක ගිනිකූරු කීය බැගින් තිබුණාද?

විසඳීම්

1. පිට්ටනිය මැද ලේනා

පිට්ටනියේ ලේනා පිළිබඳ ගැටළුව සම්පර්ණ වශයෙන් ඉහතදී විසඳන ලදී.

2. පාසල් අධ්‍යයන කව කාල සටහන

පළමුවැනි ප්‍රශ්නය වන අධ්‍යයන කවයන් 5ම එක්වර පුහුණුවීම් පවත්වන්නේ දින කීයකට වරක්ද යන්නට පිළිතුරු සැපයීමට 2, 3, 4, 5 හා 6 යන සංඛ්‍යාවලින් ඉතිරි නැතිව බෙදිය හැකි අවම සංඛ්‍යාව සොයාගන්න. එම සංඛ්‍යාව 60 බව අපි දනිමු. එනම් 61 වැනි දිනයේදී අධ්‍යයන කවයන් පහ නැවතත් එක්වර පුහුණුවීම් පවත්වති: යාන්ත්‍රික වැඩ කවය දින දෙකේ ආන්තර 30 කට පසුවද, වඩුවැඩ කවය දින තුනේ ආන්තර 20 කට පසුවද, ඡායාරූප කවය දින හතරේ ආන්තර 15 කට පසුවද, චෙස් කවය දින පහේ ආන්තර

12 කට පසුවද, සංගීත කවය දින 6 ආන්තර 10 කට පසුවද තම පුහුණුවීම් පවත්වති. පළමු දිනයේ සිට දින 60 ක් ගතවන තුරු එකම දිනයේ එවැනි පුහුණුවීම් නොපැවැත්වේ.ඊළඟට එවැනි පුහුණුවීම් පැවැත්වෙන්නේ නැවතත් දින 60 කට පසුවය. එනම් අවුරුද්දේ දෙවැනි කාර්තුව ඇතුළතය. ඒ අනුව පළමුවැනි මාස තුන ඇතුළත අධ්‍යයන කවයන් පහ එකම දින නැවත පුහුණුවීම් පවත්වන්නේ එක්වරක් පමණකි.

දෙවැනි ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම මදක් අසීරු කාරියකි: අධ්‍යයන කවයන් පුහුණුවීම් නොපැවැත්වූ දින ගණන කොපමණද? එවැනි දින ගණන සොයාගැනීම සඳහා 1 සිට 90 දක්වා පිළිවෙළින් ලියා යාන්ත්‍රික වැඩ කවයන් පැවැත්වූ දින ගණන කපා දැමිය යුතුය. එනම් අංක 1, 3, 5, 7, 9 ආදී වශයෙනි. පසුව වඩු වැඩ කවයන් පැවැත්වූ දිනයන් කපාහැරිය යුතුය. එනම් 4, 10 ආදී වශයෙනි. මෙසේ ඡායාරූප, චෙස් හා සංගීත කවයන්ද පැවැත්වූ දිනයන් කපාහැරි විට කවයන් එකක් හෝ නොපැවැත්වූ දිනය ඉතිරිවේ.

මෙසේ කිරීමෙන්, පළමුවැනි මාස තුන ඇතුළත එවැනි දිනයන් බොහෝ සංඛ්‍යාවක් ඇති බව ඔබට සොයාගත හැක. ජනවාරි මස 2, 8, 12, 14, 18, 20, 24 හා 30 වැනිදාද, පෙබරවාරි මස දින 7 ක්ද, මාර්තු මස දින 9 ක්ද, කව රැස්වී නැත. මේ පළමුවැනි මාස තුන ඇතුළත දින 24ක් අධ්‍යයන කව රැස්වූයේ නැත.

3. වැඩියෙන් ගණන් කළේ කවුද?

දෙදෙනම මගීන් සමාන සංඛ්‍යාවක් ගණන් කළහ. ගේට්ටුව අසල සිටි තැනැත්තා ඉහළට හා පහළටද ගමන් කළ මගීන් ගණන් කළ අතර ඉහළට හා පහළට සක්මන් කළ තැනැත්තා මුහුණට මුහුණ හමුවූවන් දෙගුණයක් ගණන් කළේය.

එය මෙසේ විස්තර කළ හැක.

පදික වේදිකාව දිගේ සක්මන් කළ තැනැත්තා පළමු වරට තම සගයා වෙත ආපසු පැමිණෙන විට හිටගෙන සිටි තැනැත්තා අසලින් ගමන්කළ සෑම මගියෙක්ම දෙදෙනා විසින්ම ගැණ තිබිණි. ඔහු ආපසු තම සගයා වෙත පැමිණෙන සෑම විටම දෙදෙනා විසින්ම ගණන්කර තිබුණේ මගීන් එකම සංඛ්‍යාවකි.

4. සීයා සහ මුනුපුරා

බැලූ බැල්මට මෙම ගැටළුව ඇත්ත වශයෙන්ම වැරැදි ලෙස ගලපා ඇති බව පෙනීයා හැකිය: සීයාගේ හා මුනුපුරාගේ වයස එක සමාන බව පෙනේ. එහෙත් ගැටළුව විසඳීමට අවශ්‍ය දත්තයන් සම්පූර්ණ ලෙස එහි සඳහන්ව ඇත.

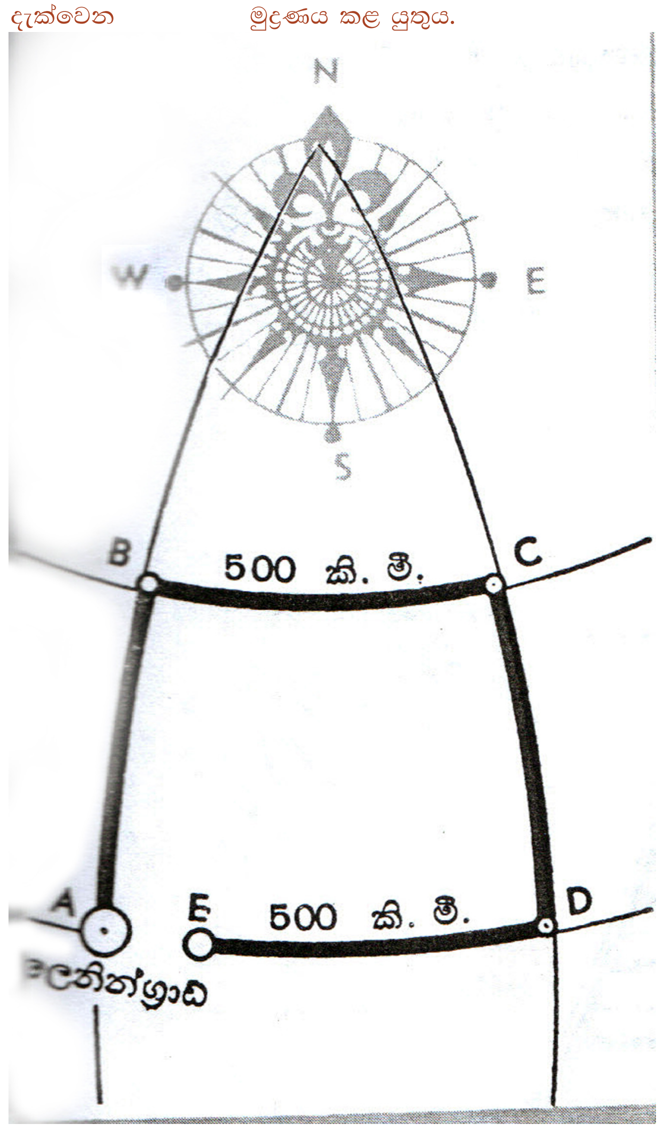
මුනුපුරා උපන්නේ 20 වැනි ශතවර්ෂයේදී බව පැහැදිලිය. එම නිසා ඔහු උපන් අවුරුද්දේ පළමුවැනි අංක දෙක 19 යː මෙය සියක් සංඛ්‍යාවකි. එහි අග අංක වලින් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවේ දෙගුණය 32 ට සමාන විය යුතුය. එනම් එම සංඛ්‍යාව 16 යː මුනුපුරා උපන් අවුරුද්ද 1916 වන අතර 1932 ඔහුට වයස අවුරුදු 16 ක් විය. ඔහුගේ සීයා උපන්නේ 19 වැනි සියවසේ මිස 20 සියවසේ විය නොහැකිය. එනම් ඔහු උපන් අවුරුද්දේ පළමු වැනි අංක දෙක 18ය. එහි අනෙක් අංක වලින් සෑදෙන සංඛ්‍යාවේ දෙගුණය 132ට සමාන විය යුතුය, එනම් 66කි. සීයා 1866 අවුරුද්දේ උපන් අතර 1932 වන විට ඔවුට අවුරුදු 66ක් විය.

ඒ අනුව, 1932දී මුනුපුරාගේ හා සීයාගේ වයස ඔවුන් උපන් අවුරුදු වල අග අංක දෙකෙන් පෙන්නුම් කරන සංඛ්‍යාවට සමාන විය.

5. දුම්රිය බලපත්‍ර

සෑම දුම්රිය ස්ථාන 25 කදීම මගින් ඕනෑම ස්ථානයක් දක්වා ප්‍රවේශ පත්‍ර ඉල්ලුම් කිරීමට ඉඩ ඇත. එනම් අනෙක් දුම්රිය ස්ථාන 24 සඳහාම එක් දුම්රිය ස්ථානයක ප්‍රවේශ පත්‍ර තිබිය යුතුය. ඒ අනුව විවිධ ප්‍රවේශ පත්‍ර 25 x 24 = 600 මුද්‍රණය කළ යුතුය.

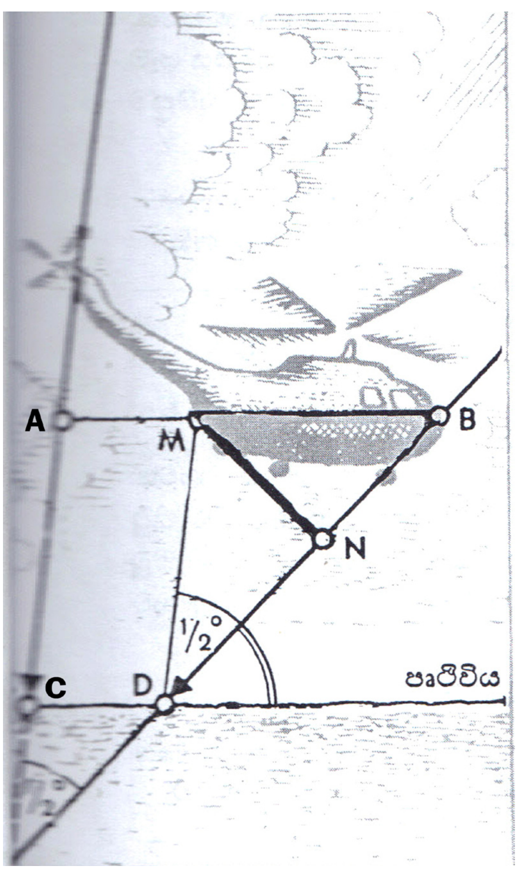
සමහර විට මගීහු එක් දිශාවකට පමණක් නොව ආපසු ඒම සඳහාද ප්‍රවේශ පත්‍ර ලබා ගනිති. එම නිසා ''ඉහළ හා පහළ'' ප්‍රවේශ පත්‍ර සමග විවිධ ප්‍රවේශ පත්‍ර 600 x 2 = 1,200 මුද්‍රණය කළ යුතුය.



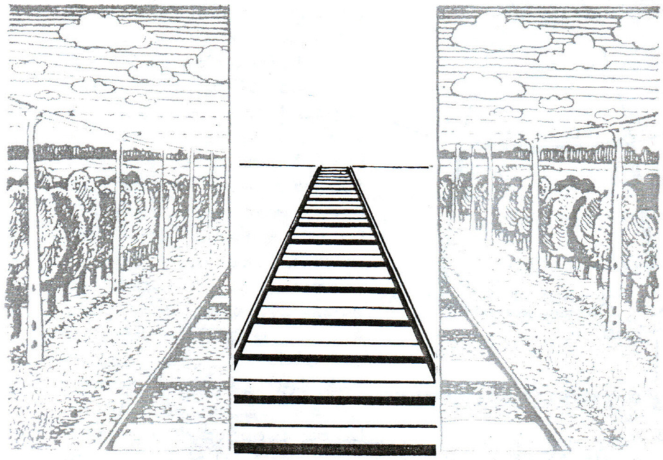
චිත්‍රය 2.

6. හෙලිකොප්ටරයේ ගමන

මෙම ගැටළුව තුළ කිසිම ප්‍රතිවිරෝධිතාවයක් නොමැත. මෙහිදී හෙලිකොප්ටරය ගමන් කළේ සම චතුරශ්‍රයක් වටා බව සැලකීම සාවද්‍ය වන අතර ගණනය කිරීමේදී පෘථිවියේ ගෝලාකාරභාවය සැලකිල්ලට භාජන කළ යුතුය. මක්නිසාද යත් ආධරුවක (මධ්‍යාහ්න රේඛා) උතුරට ළඟාවන විට සමීප වේ (චිත්‍රය 2). එම නිසා, ලෙනින්ග්‍රෑඩ්හි අක්ෂාංශකයට කිලෝමීටර් 500 ක් උතුරින් පිහිටි සමාන්තර කවයක් දිගේ, කිලෝමීටර් 500 ක් ගමන් කරමින්, හෙලිකොප්ටරය, ලෙනින්ග්‍රෑඩ්හි අක්ෂාංශය කරා ආපසු ගමන් කරන විටදී වඩා වැඩි අංශක ප්‍රමාණයක් නැගෙනහිරට ගමන් කළේය. එහි ප්‍රතිඵලයක් වශයෙන් හෙලිකොප්ටරය ලෙනින්ග්‍රෑඩ්වල සිට නැගෙනහිර දිශාවේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකදී ගමන අවසන් කළේය. කොපමණ දුර ප්‍රමාණයකින්ද? එය ගණනය කළ හැකිය. දෙවැනි චිත්‍රයේ ABCDE රේඛාවලින් පිළිවෙළින් හෙලිකොප්ටරයේ ගමන පෙන්නුම් කරයි. N ලක්ෂ්‍යයේදී මධ්‍යාහ්න රේඛා AB සහ DC එක්වේ. හෙලිකොප්ටරය පළමුවෙන්ම AN මධ්‍යාහ්න රේඛාව දිගේ කිලෝමීටර් 500 ක් උතුරට ගමන් කළේය. මධ්‍යාහ්න රේඛාවේ එක් අංශකයක දිග ප්‍රමාණය කිලෝමීටර් 111 නිසා මධ්‍යාහ්න රේඛාවේ චාපයේ අංශක ප්‍රමාණය $500:111=4^{o},5'$ කි. ලෙනින්ග්‍රෑඩ් පිහිටා ඇත්තේ 60 වන අක්ෂාංශ වෘතයේය. එම නිසා ලක්ෂ්‍යය B $60^{o} + 4^{o},5' = 64^{o},5'$ වැනි අක්ෂාංශ වෘතයේ පිහිටා තිබේ. පසුව හෙලිකොප්ටරය නැගෙනහිර දිසාව බලා BC අක්ෂාංශ වෘතය දිගේ කිලෝමීටර් 500 ක් ගමන් කළේය. එම අක්ෂාංශ වෘතයේ එක් අංශකයක දිග ප්‍රමාණය ගණනය කළ හැකිය. (නැතහොත් සටහනෙන් ලබා ගත හැකිය). එය කිලෝමීටර් 48 කි. හෙලිකොප්ටරය නැගෙනහිරට කොපමණ අංශක ප්‍රමාණයක් ගියේදැයි මෙයින් ලබාගත හැක: $500:48=10^{o},4'$ පසුව එය CD මධ්‍යාහ්න රේඛාව දිගේ දකුණු දිශාවට කිලෝමීටර් 500ක් ගමන් කර ලෙනින්ග්‍රෑඩ්හි පිහිටා ඇති අක්ෂාංශ වෘතයට පැමිණිය යුතුය. දැන් එය ගමන්ගත යුත්තේ AD දිගේය. එම මාර්ග යේ කිලෝමීටර් 500ක් AD වලට වඩා කෙටි දුර ප්‍රමාණයකි. AD දුර ප්‍රමාණයේද BC දුර ප්‍රමාණයේ අඩංගු අංශක ප්‍රමාණයක්ම අඩංගු වේ. එනම් $10^{o},4'$ කි. එහෙත් 60^{o} ක අක්ෂාංශකයේ එක් අංශකයක දිග ප්‍රමාණය කිලෝමීටර් 55.5 කි. එම නිසා A සහ D අතර දුර ප්‍රමාණය 55.5 x 10.4 = කිලෝමීටර් 577 කි. ලෙනින්ග්‍රෑඩ්වල සිට කිලෝමීටර් 77 ක් නැගෙනහිරින් පිහිටි ලාදගා ජලාශයේ හෙලිකොප්ටරය බාන ලද බව දැන් අපට පෙනේ.



චිත්‍රය 4.


චිත්‍රය 3.

7. හෙවනැල්ල

මෙම ගැටළුව සාකච්ඡා කළ අය වැරදි ගණනාවක්ම කළහ. පෘථිවියට ලැබෙන සූර්ය කිරණ අපසරන වන්නේ යැයි සිතීම සාවද්‍යය. සූර්යයාගේ සිට පෘථිවියට ඇති දුර ප්‍රමාණය පෘථිවියේ ප්‍රමාණය සමග සසඳන විට අති විශාල නිසා පෘථිවියෙහි යම් කොටසකට පතිතවන සූර්ය කිරණ අපසරන වන්නේ මිනිය නොහැකි කුඩා කෝණයකිනි. ප්‍රායෝගික ලෙස එම කිරණ සමාන්තර යයි සිතිය හැකිය. සමහර විට (වළාකුළු වලින් වැසුණු "විපරිත වලය" ලෙස හැඳින්වෙන, 1 වැනි චිත්‍රය බලන්න) සූර්ය කිරණ අවානක් මෙන් අපට දකින්ට ලැබීම වෙනකක් නොව යථාදර්ශණයේ ප්‍රතිඵලයකි.

දීර්සදර්ශණයේදී සමාන්තර රේඛා එක් ලක්ෂ්‍යයක සිට විහිදෙන්නාක් මෙන් පෙනේ. සෘජු දුම්රිය මාර්ගයක් හෝ සක්මන් මළුවක් සිහියට නගාගන්න (චිත්‍රය 3).

එහෙත්, සූර්ය ආලෝක කිරණ සමාන්තරව පෘථිවිය මත පතිතවන නිසා හෙලිකොප්ටරයේ සෙවනැල්ල එහි දිග ප්‍රමාණයට සමාන යැයි සිතීමද වැරදිය. 4 වැනි චිත්‍රයේ පෙන්නම්

කර ඇති පරිදි හෙලිකොප්ටරයේ සෙවනැල්ල අවකාශයේදී පෘථිවිය දිශාවට පටු වේ. එමනිසා පෘථිවිය මත පතිතවන හෙලිකොප්ටරයේ සෙවනැල්ල හෙලිකොප්ටරයට වඩා කෙටි විය යුතුය. CD < AB.

හෙලිකොප්ටරය ගමන් කරන උස ප්‍රමාණය දන්නේ නම් එම වෙනස ගණනය කළ හැකිය. පෘථිවිය සිට මීටර් 1000 ඉහළින් හෙලිකොප්ටරය ගමන්කරන්නේ යැයි සිතමු. AC හා BD සෘජු රේඛා හමුවීමේදී සෑදෙන කෝණය, සූර්යයා පෘථිවියේ සිට දෘශ්‍යමානවන කෝණයට සමානය. එය $1/2^{o}$ද පමණ වේ. අනෙක් අතට $1/2^{o}$ද ක කෝණයක් යටතේ දෘෂ්‍යමාන වන සෑම වස්තුවක්ම එහි විෂ්කම්භය මෙන් 115 වරක් දුර පිහිටා තිබෙන බව අපි දනිමු. ඒ අනුව MN ඛණ්ඩය AC රේඛාවෙන් 115 න් කොටසක් විය යුතුය (එම ඛණ්ඩය පෘථිවියෙහි සිට) $1/2^{o}$ද ක කෝණයකින් දෘශ්‍යමාන වේ. AC හි දුර ප්‍රමාණය A ලක්ෂ්‍යයේ සිට පෘථිවියට ඇති ලඹ දුර ප්‍රමාණයට වඩා විශාලය. සූර්ය ආලෝක කිරණ හා පෘථිවිය අතර කෝණය 45^{o}ද සමාන වන්නේ නම් (හෙලිකොප්ටරයේ ගමන් මගේ උස මීටර් 1,000 වන විට) AC හි දුර මීටර් 1,400 පමණ වේ. එම නිසා එහ 1,400/115 = මීටර් 12.

හෙලිකොප්ටරයේ හෙවනැල්ලට වඩා හෙලිකොප්ටරයේ වැඩි දිග ප්‍රමාණය, එනම් MB ඛණ්ඩය MN ඛණ්ඩයට වඩා 1.4 ගුණයකින් විශාලය. මක්නිසාද යත් MBD කෝණය 45^{o}ද ට සමානය. එමනිසා MB = 12 x 14 = මීටර් 17. ඉහත විස්තරය හෙලිකොප්ටරයේ සම්පූර්ණ හෙවනැල්ල හා සම්බන්ධ වන අතර එහි වටා ඇති අඩ හෙවනැල්ල හා සම්බන්ධ නැත.

මීටර් 17 කට වඩා අඩු විෂ්කම්භයකින් යුත් ඕනෑම පියාඹන වස්තුවක් එම උස ප්‍රමාණයේදී තම සම්පර්ණ සෙවනැල්ල පෘථිවිය මත පතිත නොකරයි. එහි නොපැහැදිලි අඩ සෙවනැල්ල පමණක් අපට දැකිය හැකිය.

8. ගිනිකූරු ගැටළුව

මෙම ගැටළුව විසඳීම ආරම්භ කළ යුත්තේ එහි අවසානයේ සිටය. ගිනිකූරු එක් එක් ගොඩින් තවත් ගොඩකට එකතු කිරීමෙන් පසු සෑම ගොඩකම ඇති ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව සමානය. එම නිසා සෑම ගොඩකම ගිනිකූරු 16 බැගින් තිබේ.

1 වැනි ගොඩ	2 වැනි ගොඩ	3 වැනි ගොඩ
16	16	16

ඊට ප්‍රථම පළමුවැනි ගොඩට එහි තිබූ සංඛ්‍යාවට සමාන සංඛ්‍යාවක් තුන්වැනි ගොඩින් එකතු කරන ලදී. එම නිසා අවසාන එකතුකිරීමට ප්‍රථම එහි තිබූ ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව 8 කි. තුන්වැනි ගොඩේ තිබූ ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව 16+8=24කි.

දැන් ගොඩවල් තුනේ ඇති ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව මෙසේය.

1 වැනි ගොඩ	2 වැනි ගොඩ	3 වැනි ගොඩ
8	16	24

ඊට පෙර තුන්වැනි ගොඩට එහි තිබූ සංඛ්‍යාවට සමාන ගිනිකූරු සංඛ්‍යාවක් දෙවැනි ගොඩෙන් එකතු කළ බව අපි දනිමු. එනම් 24, තුන්වැනි ගොඩේ තිබූ සංඛ්‍යාව මෙන් දෙගුණයකි. මේ අනුව පළමුවැනි එකතු කිරීමෙන් පසු ගොඩවල් තුනේ තිබූ ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව සොයා ගනිමු.

1 වැනි ගොඩ	2 වැනි ගොඩ	3 වැනි ගොඩ
8	16+12=28	12

පළමුවැනි එකතුකිරීමට පෙර, එනම් දෙවැනි ගොඩට එහි තිබූ සංඛ්‍යාවට සමාන සංඛ්‍යාවක් පළමුවැනි ගොඩින් එකතුකිරීමට ප්‍රථම ගොඩවල් තුනේ තිබූ ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව මෙසේය.

1 වැනි ගොඩ	2 වැනි ගොඩ	3 වැනි ගොඩ
22	14	12